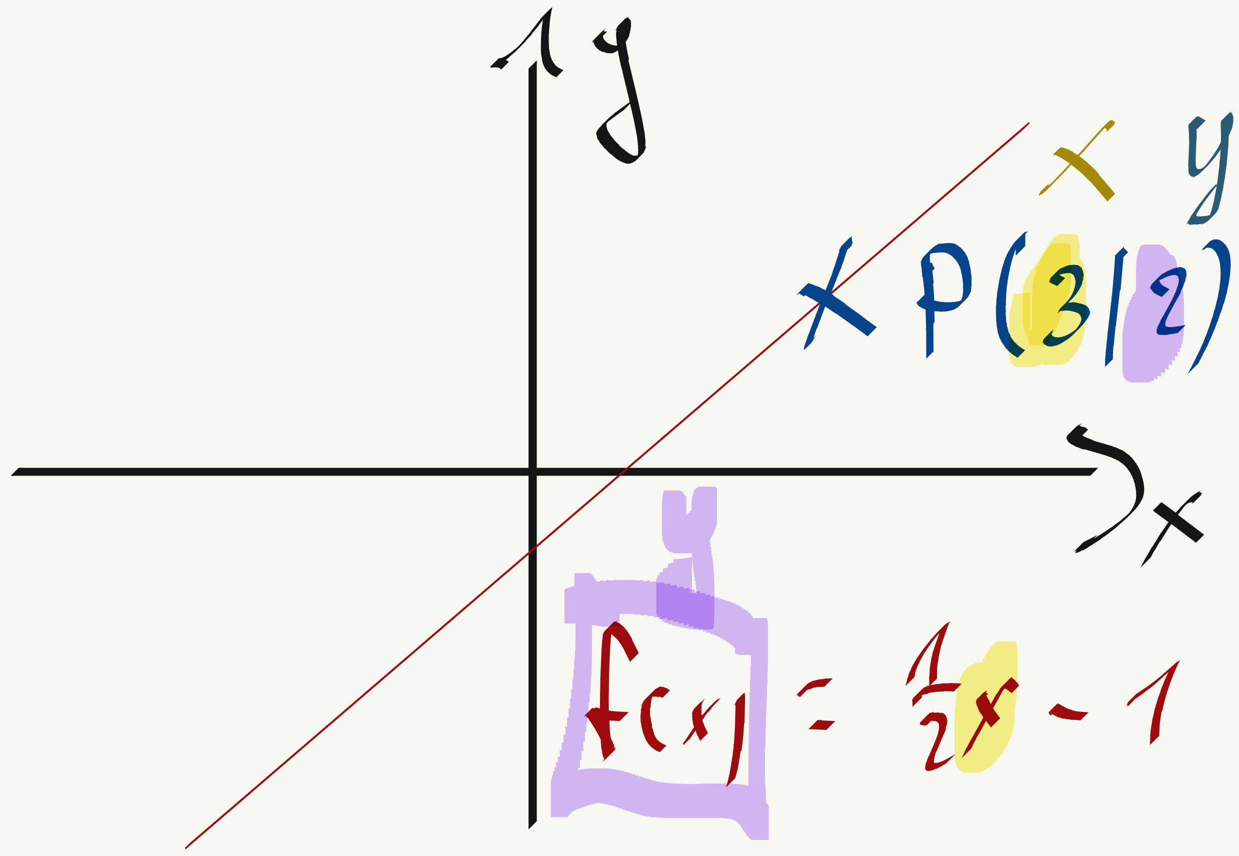
Punktprobe:



$2 = \frac{1}{2}\cdot 3 - 1$

$2 = 1{,}5 - 1$

$2 = 0{,}5$ ↯

$\Rightarrow$ Nein, P liegt nicht auf der Geraden von f(x).

Punktvervollständigung:

$Q(x|2)$

$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

$2 = \frac{1}{2}\cdot x - 1 \quad |+1$

$3 = \frac{1}{2}\cdot x \quad |:\frac{1}{2} \;\}\; \cdot 2$

$6 = x$

$\Rightarrow Q(6|2)$

$V(5|f(5))$

$f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

$f(5) = \frac{1}{2}\cdot 5 - 1$

$f(5) = 2{,}5 - 1$

$f(5) = 1{,}5$

$\Rightarrow V(5|1{,}5)$

Aufgabe A1 *(8 Teilaufgaben)* | **Lösung A1**

Prüfe rechnerisch nach, ob die Punkte $A(2|3)$, [redacted], [redacted] und $D(-6|-4)$ zum Schaubild der Funktionsgleichung gehören.

a) $g(x) = 2x + 1$

b) $g(x) = -x + 1{,}5$

c) [redacted]

d) $g(x) = \frac{3}{4}x + 0{,}5$

$g(x) = 2x + 1 \quad A(2|3)$

$3 = 2 \cdot 2 + 1$

$3 = 4 + 1$

$3 = 5$ ↯

$\Rightarrow$ A liegt nicht auf der Geraden von g(x).

$g(x) = 2x + 1 \quad D(-6|-4)$

$-4 = 2 \cdot (-6) + 1$

$-4 = -12 + 1$

$-4 = -11$ ↯

$\Rightarrow$ D liegt nicht auf der Geraden von g(x).

$g(x) = -x + 1{,}5 \quad A(2|3)$

$3 = -2 + 1{,}5$

$3 = -0{,}5$ ↯

$\Rightarrow$ A liegt nicht auf der Geraden von g(x).

$g(x) = -x + 1{,}5 \quad D(-6|-4)$

$-4 = -(-6) + 1{,}5$

$-4 = 6 + 1{,}5$

$-4 = 7{,}5$ ↯

$\Rightarrow$ D liegt nicht auf der Geraden von g(x).

$g(x) = \frac{3}{4}x + 0{,}5 \quad A(2|3)$

$3 = \frac{3}{4} \cdot 2 + 0{,}5$

$3 = 1{,}5 + 0{,}5$

$3 = 2$ ↯

$\Rightarrow$ A liegt nicht auf der Geraden von g(x)

$g(x) = \frac{3}{4}x + 0{,}5 \quad D(-6|-4)$

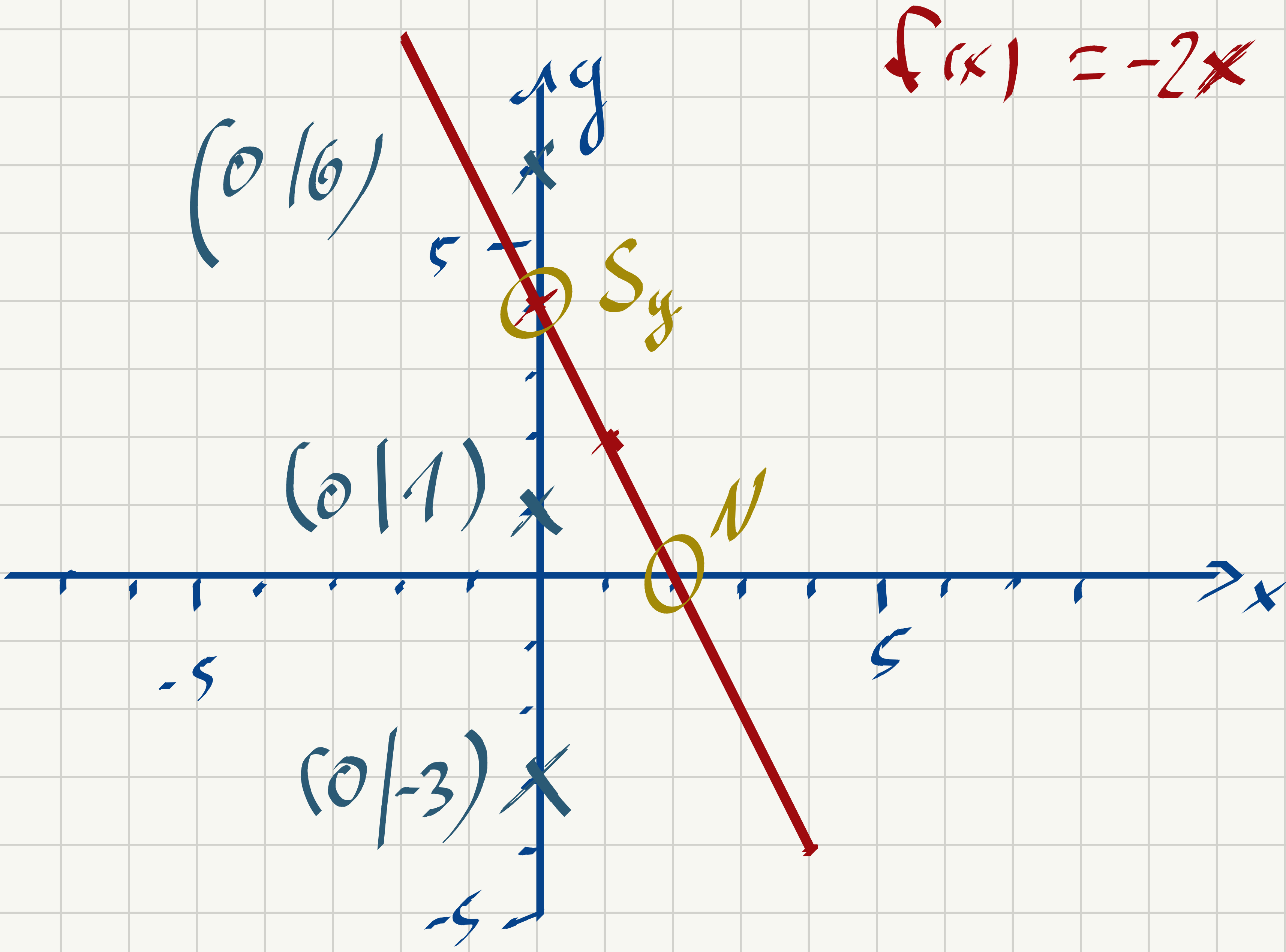
$-4 = \frac{3}{4} \cdot (-6) + 0{,}5$

$-4 = -4{,}5 + 0{,}5$

$-4 = -4$ ✓

$\Rightarrow$ D liegt auf der Geraden von g(x).

$f(x) = -2x + 4$



Schnittpunkt mit x-Achse (Nullstelle)

$\boxed{y = 0}$

$0 = -2x + 4 \quad |-4$

$-4 = -2 \cdot x \quad |:(-2)$

$\underline{\underline{2 = x}}$

$N(2|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$\boxed{x = 0}$

$f(0) = -2 \cdot 0 + 4$

$f(0) = 0 + 4$

$f(0) = 4$

$S_y(0|4)$

a) f: $y = 2x - 3$

b) f: $y = -3x + 6$

c) f: $y = \frac{1}{4} x + 3$

d) f: $y = -\frac{3}{2} x + 9$

e) f: $y = x - 5$

Aus 2 gegebenen Punkten die Funktionsgleichung errechnen:

$Q(2|-4)$ $T(-10|2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{-10 - 2} = \frac{6}{-12} = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{g(x) = m \cdot x + b}$$

mit Q:

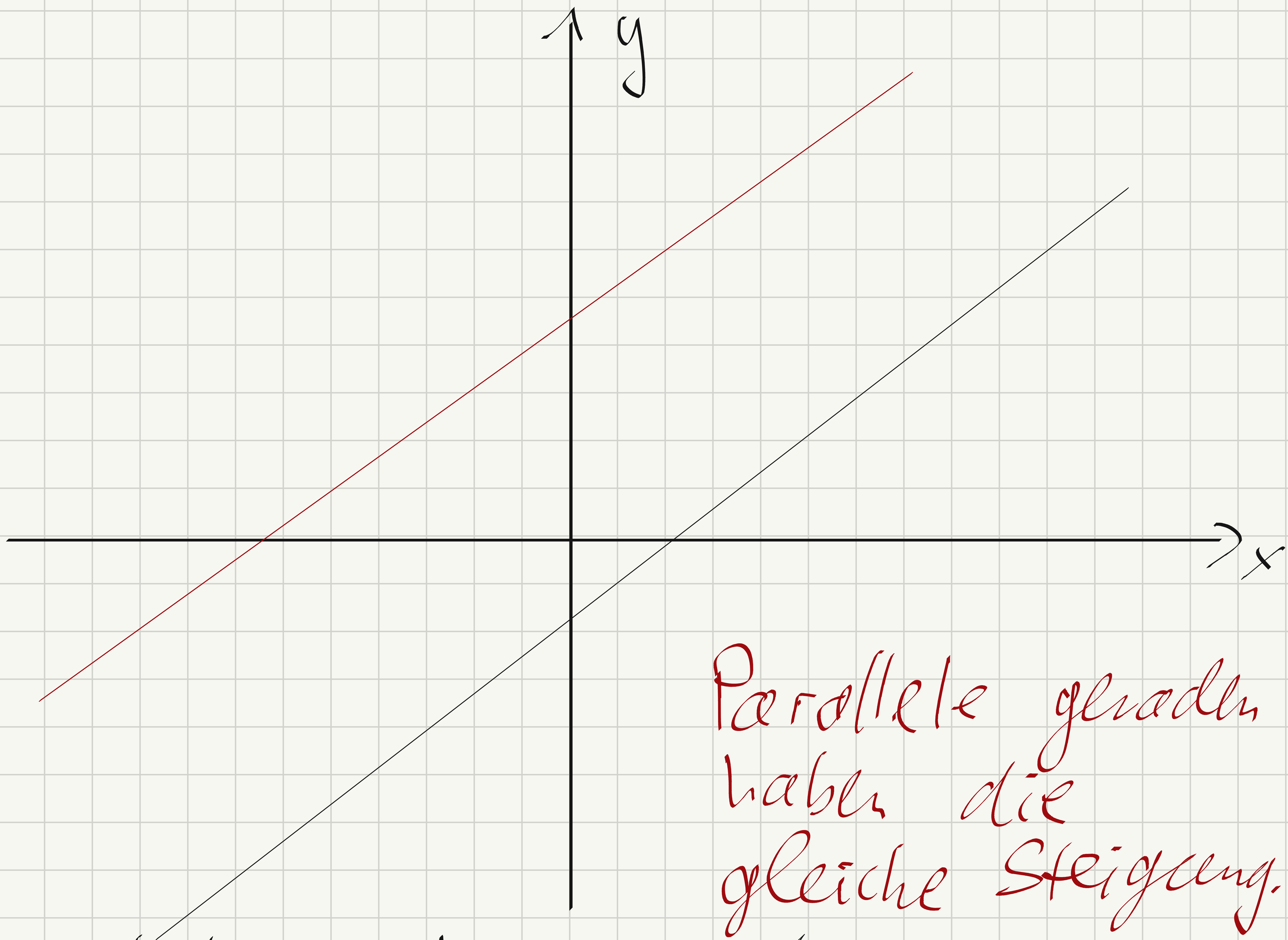
$$-4 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + b$$

$$-4 = -1 + b \quad | +1$$

$$-3 = b$$

$$\boxed{g(x) = -\frac{1}{2}x - 3}$$

parallele und senkrechte Geraden



Parallele geraden haben die gleiche Steigung.

Gegen ist die Funktion $g_1(x) = \frac{1}{2}x - 4$
und der Punkt $P(2/6)$.
Wie lautet die zu g parallele Gerade, die durch P verläuft?

$$\boxed{g(x) = m \cdot x + b}$$

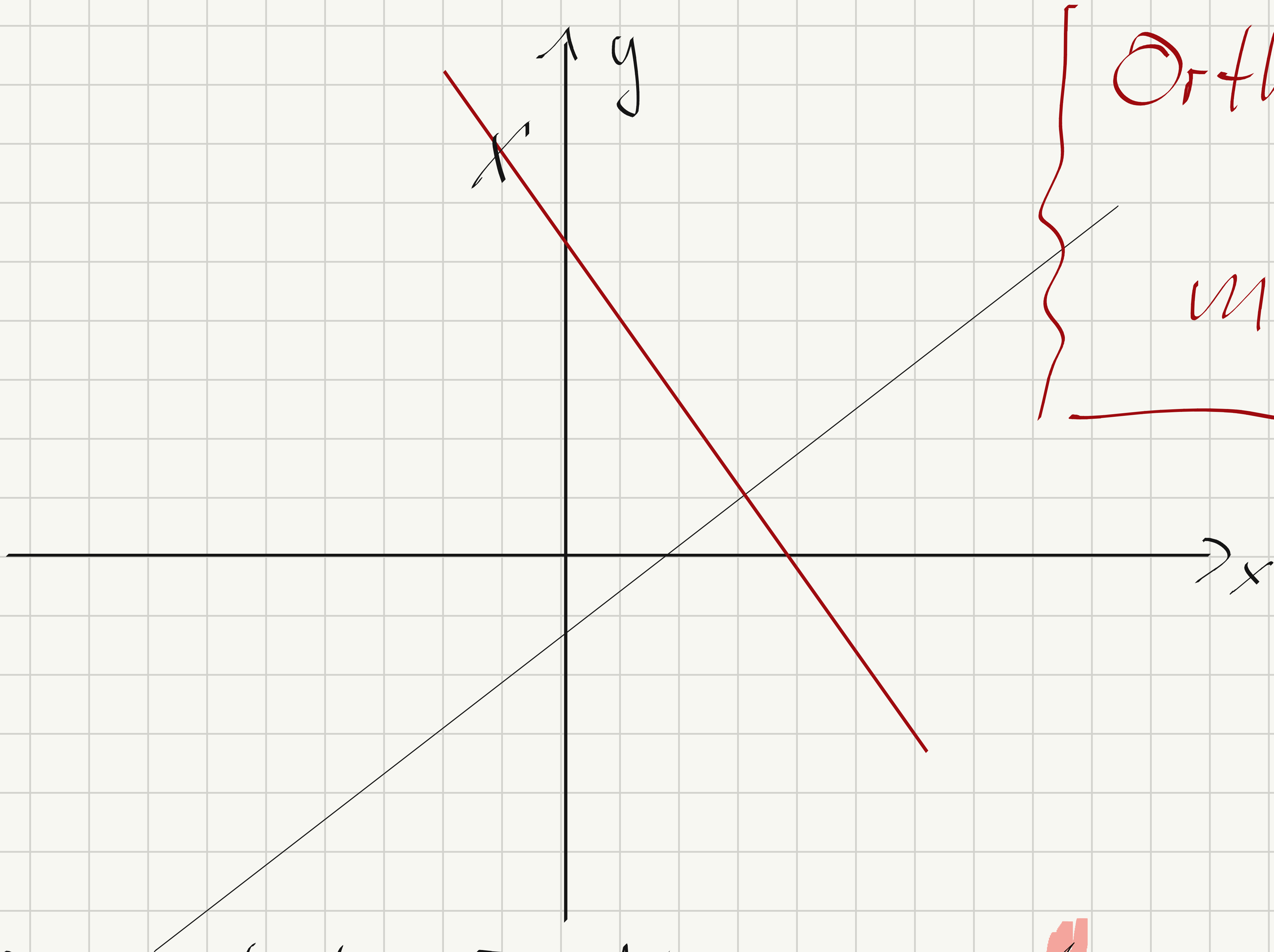
$$6 = \frac{1}{2} \cdot 2 + b$$

$$6 = 1 + b \quad | -1$$

$$5 = b$$

$$g_2(x) = \frac{1}{2}x + 5$$

parallele und senkrechte Geraden



Orthogonalengesetz

$m_1 \cdot m_2 = -1$

Gegen ist die Funktion $g_1(x) = \frac{1}{2}x - 4$ und der Punkt $P(2|6)$.
Wie lautet die zu g senkrechte Gerade, die durch P verläuft?

$m_1 = \frac{1}{2}$

$\boxed{m_1 \cdot m_2 = -1}$

$\frac{1}{2} \cdot m_2 = -1 \quad |: \frac{1}{2}$

$m_2 = -2$

$\boxed{g(x) = m \cdot x + b}$

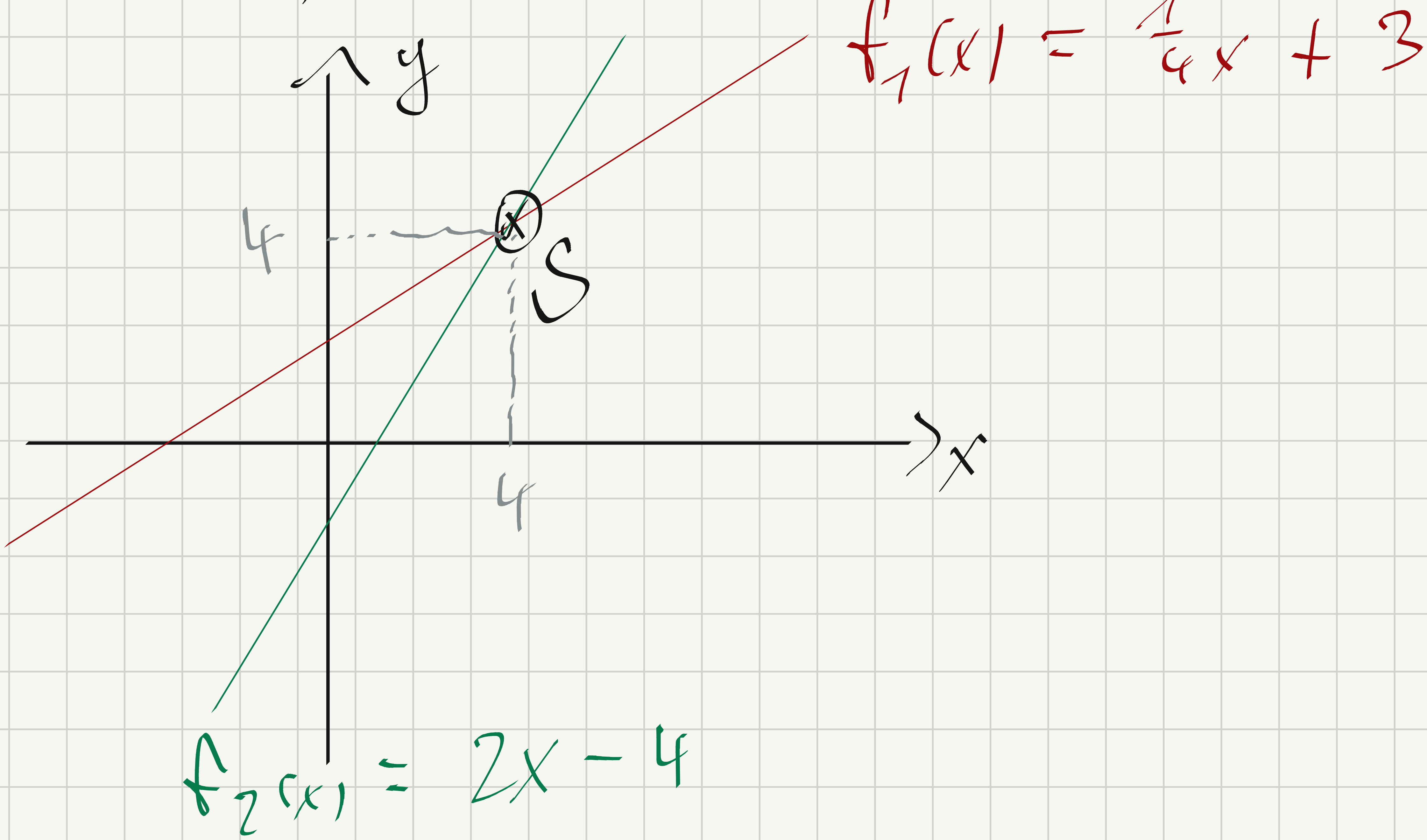
$6 = -2 \cdot 2 + b$

$6 = -4 + b \quad |+4$

$10 = b$

$g_2(x) = -2x + 10$

2.7: Schnittpunkte zwischen zwei Geraden:



$$\frac{1}{4}x + 3 = 2x - 4 \quad \left| -\frac{1}{4}x \right.$$

$$3 = 1{,}75x - 4 \quad | +4$$

$$7 = 1{,}75x \quad | : 1{,}75$$

$$\underline{\underline{4 = x}}$$

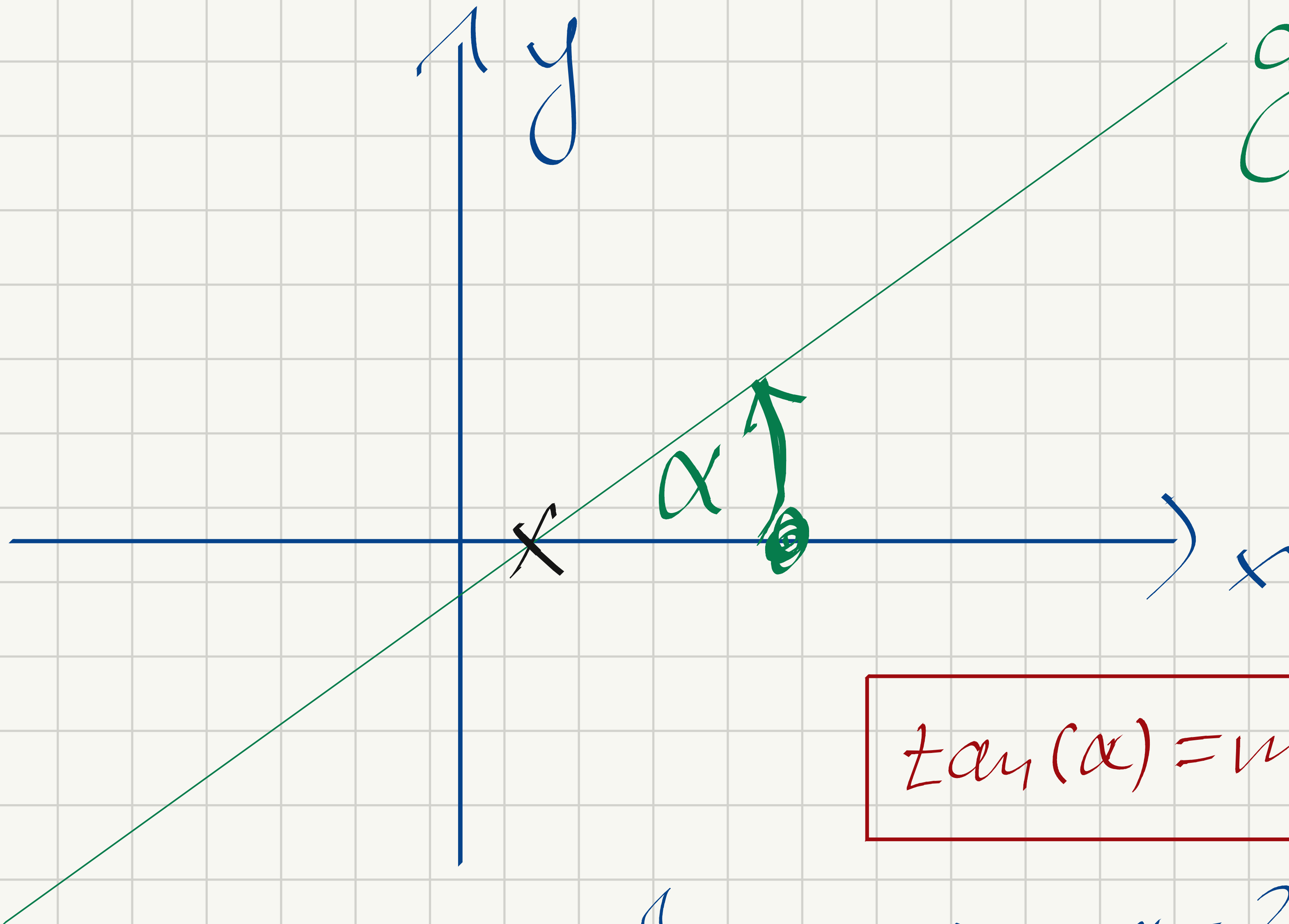
$$f_2(4) = 2 \cdot 4 - 4$$

$$f_2(4) = 8 - 4$$

$$\underline{\underline{f_2(4) = 4}}$$

$$S(4 \mid 4)$$

2.8: Steigungs- & Schnittwinkel



$g(x) = \frac{1}{2}x - 1$

Steigung

m

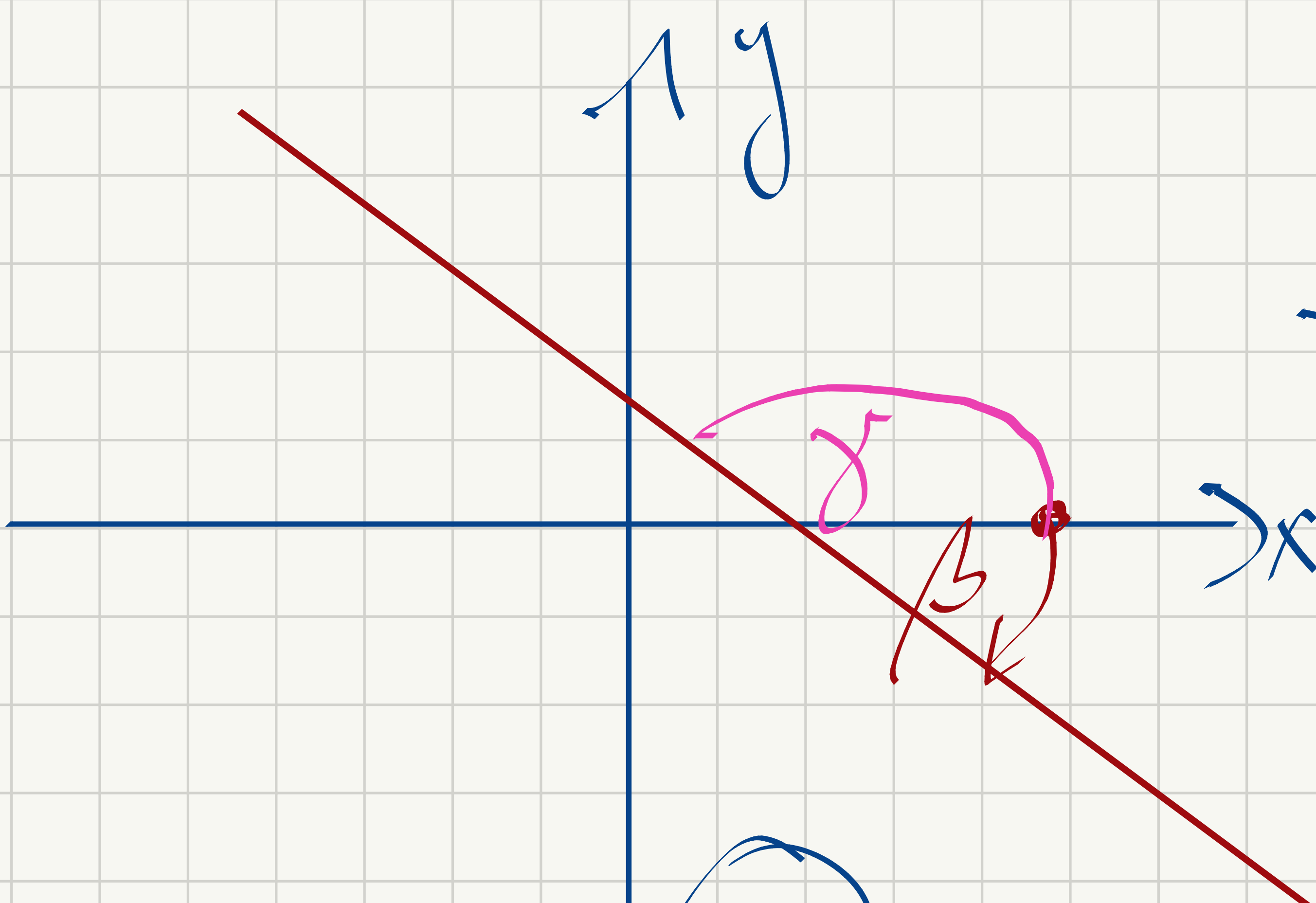
$\boxed{\tan(\alpha) = m}$

$m = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha = ?$

$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \quad | \tan^{-1}$

$\tan^{-1}[\tan(\alpha)] = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\alpha \approx 26{,}6°$



$g(x) = -2x + 4$

$\boxed{\tan(\beta) = m}$

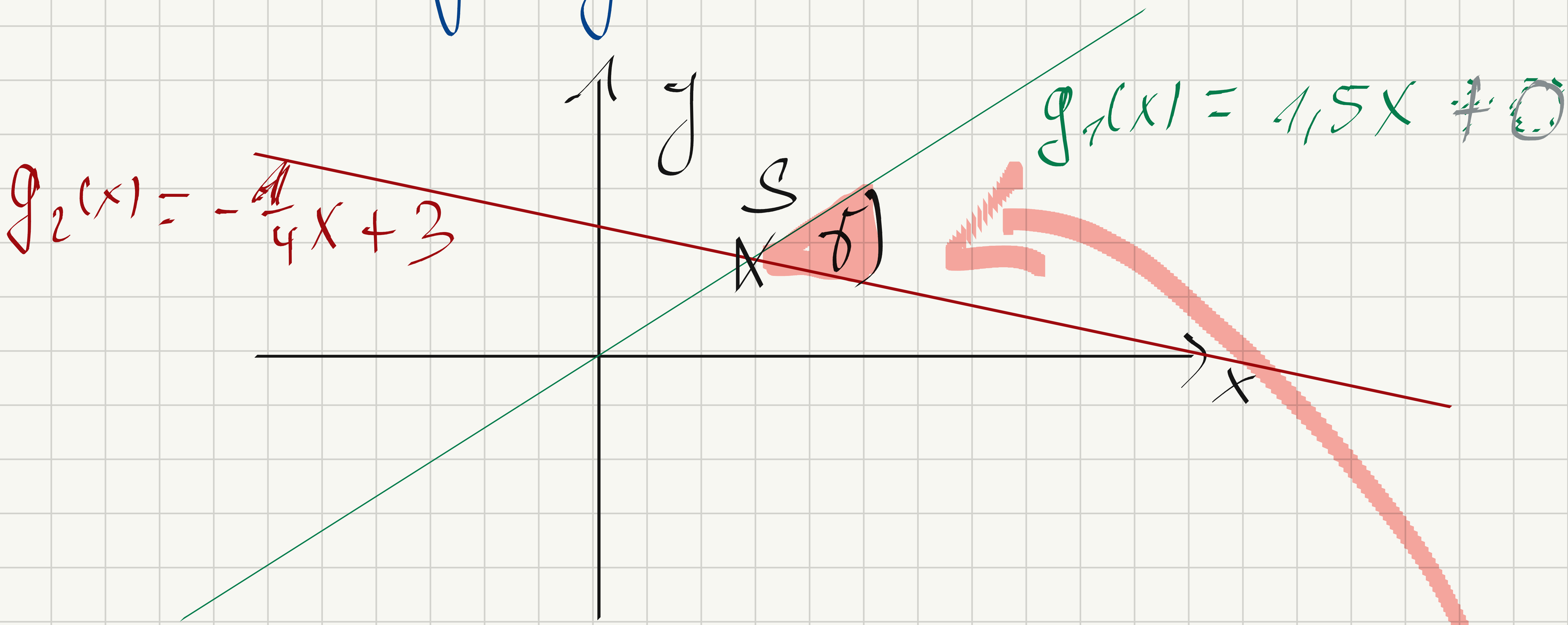
$\tan(\beta) = -2 \quad | \tan^{-1}$

$\beta = -63{,}4°$

Winkel positivieren

$\gamma = 180° - 63{,}4° = 116{,}6°$

2.8: Steigungs- & Schnittwinkel



Steigungswinkel von g_1

$\tan(\alpha) = 1{,}5 \quad | \tan^{-1}$

$\alpha \approx 56{,}3°$

Steigungsw. von g_2

$\tan(\beta) = -\frac{1}{4} \quad | \tan^{-1}$

$\beta \approx -14°$

Schnittwinkel γ:

$$\boxed{\gamma = \text{größerer Steigungswinkel} - \text{kleinerer Steigungswinkel}}$$

$$\gamma = \alpha - \beta = 56{,}3° - (-14°) = \underline{\underline{70{,}3°}}$$

Aufg:
Berechnen Sie den Schnittwinkel zwischen den beiden Geraden g(x)=-3x+6 und g(x)=-4x-8.

Steigungswinkel Gerade 1

$\tan(\alpha) = -3 \quad | \tan^{-1}$

$\alpha \approx -71{,}6°$

Steigungswinkel Gerade 2

$\tan(\beta) = -4 \quad | \tan^{-1}$

$\beta \approx -76°$

$\gamma = \text{gr. Steig.-W.} - \text{kl. Steigw.} = \alpha - \beta = -71{,}6 - (-76) = \underline{\underline{4{,}4°}}$

"Code Korell"

1) **Um welche Größen geht es?** cm Stunden

2) **Welche Größe ist von welcher Größe abhängig?**
—> unabhängige Größe: x-Achse Stunden
—> abhängige Größe: y-Achse cm

3) **Welche Infos stehen im Text?**

—> „pro", „je", „stündlich", „mit jedem Tag", ... $\boxed{m}$ (+) (−)

—> „Startwert", „Wert zu Beginn der Betrachtung", „Grundgebühr",... $\boxed{b}$

—> „Bei Größe 1 **waren es** Größe 2**!"** $\boxed{\text{Punkt}}$

$P(x|y)$

"Code Korell"

1) **Um welche Größen geht es?** cm Stunde

2) **Welche Größe ist von welcher Größe abhängig?**
—> unabhängige Größe: x-Achse Stunden
—> abhängige Größe: y-Achse cm

3) **Welche Infos stehen im Text?**

—> „pro", „je", „stündlich", „mit jedem Tag", ... $\boxed{m}$ (+) (−)

—> „Startwert", „Wert zu Beginn der Betrachtung", „Grundgebühr",... $\boxed{b}$

—> „Bei Größe 1 **waren es** Größe 2 **!"**

Punkt
$P(x|y)$

1. Die Lehrerinnen und Lehrer der Brühlwiesenschule trinken gerne Kaffee der Marke "Korell's Nr. 1". Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich werden 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.
   a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
   b) Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
   c) Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
   d) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

a) $x \rightarrow$ Wochen $\qquad b = 1800$
$y \rightarrow$ Gramm $\qquad m = -350$

$$\boxed{f(x) = -350x + 1800}$$

g Wochen

1. Die Lehrerinnen und Lehrer der Brühlwiesenschule trinken gerne Kaffee der Marke "Korell's Nr. 1". Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich werden 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.

$\hat{=}$ 1800g

   a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
   b) Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
   c) Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
   d) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

a) Wochen (x-Achse) $b = 1800$

Gramm (y-Achse) $m = -350$

$$\boxed{g(x) = -350x + 1800}$$

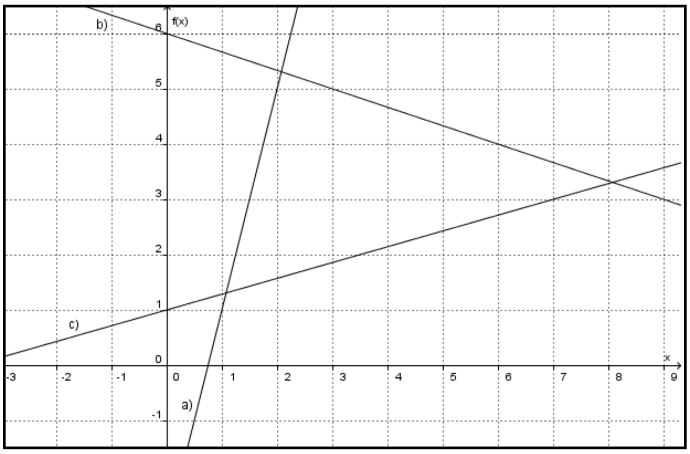
Übungen für die Klassenarbeit

Aufgabe 1)

a) Berechne die lineare Funktion, die durch die Punkte ***P(5 / -2)*** und ***Q(-3 / ⅔)*** verläuft?
b) Berechne die lineare Funktion, die die ***x-Achse bei 1,4*** und die ***f(x)-Achse bei 3*** schneidet.
c) Berechne den ***Schnittpunkt*** der beiden linearen Funktionen aus a) und b).
d) Ermittle rechnerisch, wo die Funktion ***g: f(x) = 0,5 x - 1*** die Koordinatenachsen schneidet?
e) Überprüfe, ob der Punkt P = (6/2) auf der Funktion g liegt. Begründe durch eine Rechnung.
f) Berechne den Winkel zwischen der Funktion ***h: f(x) = 3x – 5*** und der x-Achse (Steigungswinkel).
g) Zeichne die beiden Funktionen (g und h) in ein geeignetes Koordinatensystem.
h) Berechne den ***Schnittwinkel*** zwischen den beiden Funktionen g und h und trage ihn in die Zeichnung aus g) ein.
i) Berechne die kürzestmögliche Distanz von der Funktion h zum Punkt ***Z(-3 / 6)***.
j) Berechne die Parallele zur Funktion g. die durch den Punkt ***B(-4 / 2)***.

Aufgabe 2)

Gib die Funktionsgleichungen der rechts abgebildeten Funktionen an.



a) ____________________________

b) ____________________________

c) ____________________________

Lösungen für "Übungen für die Klassenarbeit"

① a) $m = \dfrac{\frac{2}{3} - (-2)}{-3 - 5} = -\dfrac{1}{3}$

$f(x) = m \cdot x + b$

$-2 = -\frac{1}{3} \cdot 5 + b$

$-2 = \frac{-5}{3} + b \quad | + \frac{5}{3}$

$-\frac{1}{3} = b$

$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}}}$

b) $N(1{,}4 \mid 0)$

$S_y(0 \mid 3) \Rightarrow \underline{\underline{b=3}}$

$m = \dfrac{3 - 0}{0 - 1{,}4} = -\dfrac{15}{7}$

$\underline{\underline{f(x) = -\frac{15}{7}x + 3}}$

c)

$-\frac{15}{7}x + 3 = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \quad | -3$

$-\frac{15}{7}x = -\frac{1}{3}x - \frac{10}{3} \quad | + \frac{1}{3}x$

$-\frac{38}{21} \cdot x = -\frac{10}{3} \quad | : \left(-\frac{38}{21}\right)$

$x = \frac{35}{19}$

$f\left(\frac{35}{19}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{35}{19} - \frac{1}{3}$

$f\left(\frac{35}{19}\right) = -\frac{18}{19}$

$\underline{\underline{S\left(\frac{35}{19} \,\middle|\, -\frac{18}{19}\right)}}$

d) $\underline{f(x) = 0{,}5x - 1}$

Schnittpunkt mit x-Achse (Nullstelle) $\boxed{y=0}$

$0 = 0{,}5x - 1 \quad | +1$

$1 = 0{,}5x \quad | : 0{,}5$

$2 = x$

$\underline{\underline{N(2 \mid 0)}}$

Schnittpunkt mit y-Achse $\boxed{x=0}$

$f(0) = 0{,}5 \cdot 0 - 1$

$f(0) = -1$

$\underline{\underline{S_y(0 \mid -1)}}$

e) Punktprobe:

$2 = 0{,}5 \cdot 6 - 1$

$2 = 3 - 1$

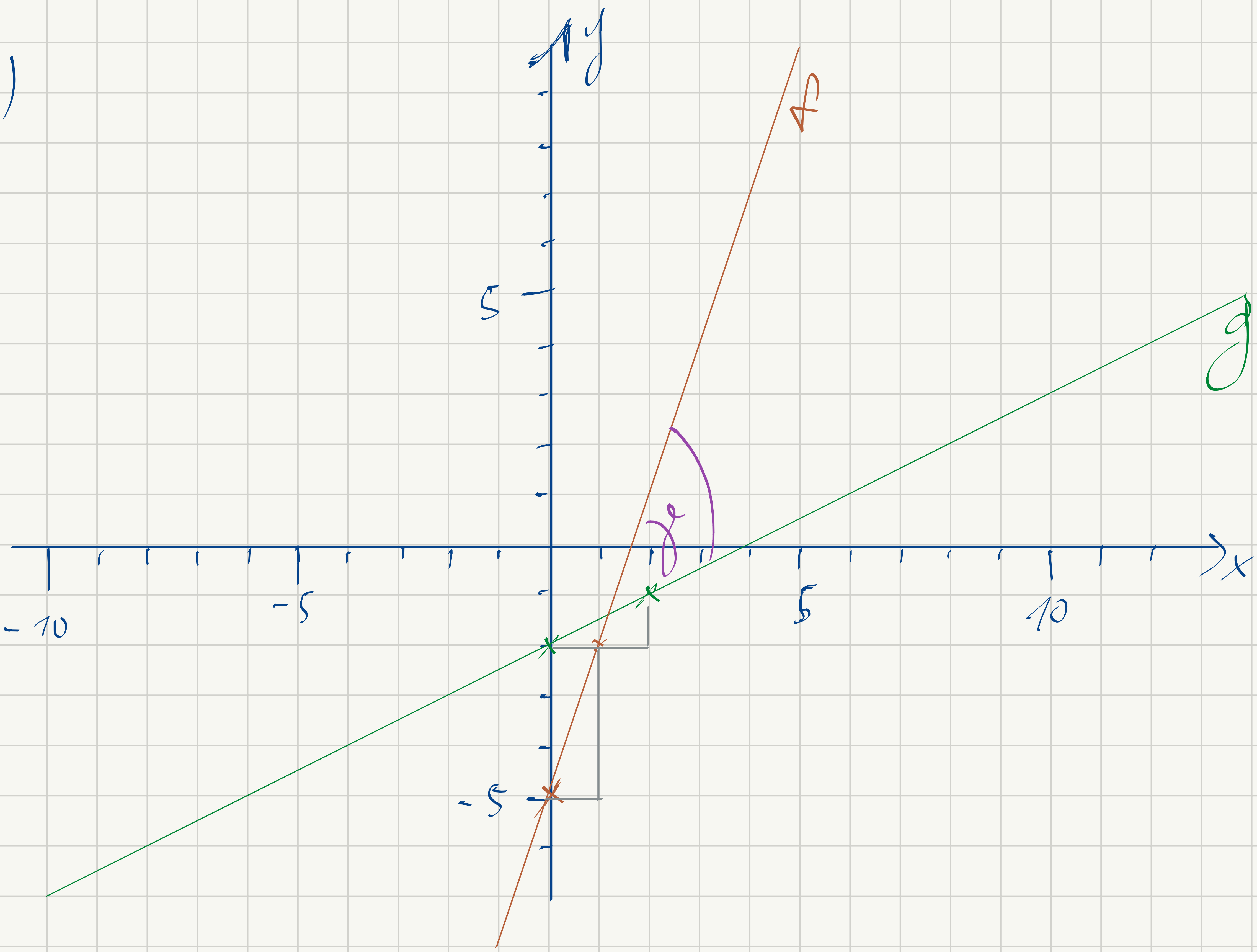
$2 = 2$ ✓ $\Rightarrow$ P liegt auf der Geraden von g.

f) $\boxed{m = \tan(\alpha) \qquad m = 3}$

$3 = \tan(\alpha) \quad | \tan^{-1}$

$\underline{71{,}6° \approx \alpha}$

g)



$\boxed{m = \tan(\alpha)}$

h) Steigungswinkel von g:

$m = 0{,}5$

$0{,}5 = \tan(\beta) \quad | \tan^{-1}$

$26{,}6° \approx \beta$

Steigungswinkel von h:

$\alpha = 71{,}6°$ (siehe f))

$$\boxed{\text{Schnittwinkel} = \text{größerer Steigungswinkel} - \text{kleinerer Steigungswinkel}}$$

$\gamma = 71{,}6° - 26{,}6° = \underline{\underline{45°}}$

i) aus Lehrplan gestrichen → kommt nicht dran!

j) g: $f(x) = 0{,}5x - 1 \Rightarrow m = 0{,}5$

$B(-4|2)$

$\boxed{f(x) = m \cdot x + b}$

$2 = 0{,}5 \cdot (-4) + b$

$2 = -2 + b \quad |+2$

$\underline{\underline{4 = b}}$

$\underline{\underline{f(x) = 0{,}5x + 4}}$

falls Senkrechte gefragt, einfach so vorgehen:

g: $f(x) = 0{,}5x - 1 \Rightarrow m = 0{,}5$

$B(-4|2)$

Orthogonalengesetz: $\boxed{m_1 \cdot m_2 = -1}$

$0{,}5 \cdot m_2 = -1 \quad |:0{,}5$

$\underline{\underline{m_2 = -2}}$

$2 = -2 \cdot (-4) + b$

$2 = 8 + b \quad |-8$

$\underline{\underline{-6 = b}}$

$\underline{\underline{f(x) = -2x - 6}}$

!

2

a) $f(x) = 4x - 3$

b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 6$

c) $f(x) = \frac{2}{7}x + 1$

Übung: Parabeln zeichnen:

1) $f(x) = -2\cdot(x+3)^2+4$
2) $f(x) = 0{,}5\cdot(x-2)^2-6$
3) $f(x) = \frac{1}{4}\cdot(x+1)^2-3$
4) $f(x) = -\frac{1}{3}(x+5)^2$

Punktprobe

Bsp. 1) $f(x) = 2\cdot(x-3)^2-6$ $\quad P_1(5|2)$

Bsp. 2) $f(x) = \frac{1}{2}x^2-4x+3$ $\quad P_2(-2|3)$

zu Bsp. 1:

$2 = 2\cdot(5-3)^2-6$

$2 = 2\cdot(2)^2-6$

$2 = 2\cdot4-6$

$2 = 2$ ✓

$\Rightarrow$ Der Punkt P_1 liegt auf der Parabel

zu Bsp. 2:

$3 = \frac{1}{2}\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)+3$

$3 = \frac{1}{2}\cdot4+8+3$

$3 = 2+8+3$

$3 = 13$ ↯

$\Rightarrow$ Der Punkt P_2 liegt nicht auf der Parabel

Die drei Darstellungsformen quadratischer Funktionen im Überblick:

allgemeine Form: $f(x) = ax^2 + bx + c$
oder auch: Polynomform

Scheitelpunkt-darstellungsform: $f(x) = a(x - u)^2 + v$

Linearfaktor-darstellung: $f(x) = a(x - n_1) \cdot (x - n_2)$

Warum gibt es überhaupt verschiedene Formen der Darstellung von quadratischen Funktionen?

Jede der drei verschiedenen Formen der Darstellung hat spezielle Vorteile. Je nachdem in welchem Zusammenhang man eine quadratische Funktion verwendet, kann man diese Vorteile durch eine geschickte Wahl der Darstellungsform für sich nutzen.

Welche Vorteile hat welche Darstellungsform?

Allgemeine Form:

Die allgemeine Form zeichnet sich dadurch aus, dass das quadratische Glied, das lineare Glied und schließlich das absolute Glied zusammengefasst und der Reihe nach sortiert hintereinander aufgeschrieben werden. (für Bezeichnung der Glieder siehe ***'Info-Video zur Überführung der Scheitelpunktform in die allgemeine Form'*** ab 1:52)

Dies bringt vor allem im Hinblick auf diverse Rechenoperationen Vorteile mit sich.

Der größte Vorteil ist jedoch, dass man den Schnittpunkt mit der f(x)-Achse direkt aus der Funktionsgleichung ablesen kann. Das geht übrigens genau so, wie bei den linearen Funktionen:

$\boxed{f(x) = 3x^2 - 4x + 7 \quad \Rightarrow \quad S_y = (0/7)}$

Scheitelpunktdarstellung:

Sie ist vor allem dann hilfreich, wenn man sie im Zusammenhang mit der grafischen Darstellungen von quadratischen Funktionen (Parabeln) verwendet wird. Daher haben wir diese auch ganz zu Anfang verwendet, als wir uns den Mechanismus der Formkoeffizienten angeschaut haben. Der größte Vorteil dieser Darstellungsform ist jedoch, dass man den Scheitelpunkt einer quadratischen Funktion direkt aus ihr ablesen kann:

$\boxed{f(x) = 2(x-4)^2 + 3 \quad \Rightarrow \quad SP = (4/3)}$

Vorzeichen umdrehen!!!

Linearfaktordarstellung:

Diese Darstellungsform wird erst dann interessant, wenn wir uns dem Thema *„Nullstellenberechnung bei quadratischen Funktionen"* widmen. Daher soll hier nur erwähnt werden, dass man aus ihr die Nullstellen direkt ablesen kann.

$\boxed{f(x) = 4 \cdot (x-2) \cdot (x+8) \quad \Rightarrow \quad N_1 = (2/0) \;\; \textbf{und} \;\; N_2 = (-8/0)}$

Vorzeichen umdrehen!!!

Scheitelpunktform

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2+4$

ned vergesse!

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x^2-6x+9)+4$

↓ Weg 1:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x-2{,}25+4$

allg. Form

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x+1{,}75$

---

allg. Form:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x+1{,}75$

mit dem WTR: SP(3|4)

↓ Weg 2:

$a = -\frac{1}{4}$

$\boxed{f(x) = a\cdot(x-u)^2+v}$

SP-Form

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2+4$

können wir vorerst nur "bestimmen"

Linearfaktordarst.:

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot[(x-7)\cdot(x+1)]$

ned vergesse...

↓ Weg 3:

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot[x^2+x-7x-7]$

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot[x^2-6x-7]$

allg. Form:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x+1{,}75$

---

allg. Form:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x+1{,}75$

$0 = -\frac{1}{4}x^2+1{,}5x+1{,}75 \quad | :\left(-\frac{1}{4}\right)$

$0 = x^2 \underbrace{-6}_{p}x \underbrace{-7}_{q}$

↓ Weg 4:

$\boxed{\text{p-q-Formel: } x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}$

$x_{1/2} = -\frac{-6}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2-(-7)}$

$x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{9+7}$

$x_{1/2} = 3 \pm 4$

$x_1 = 7$

$x_2 = -1$

Linearfaktordarstellung:

$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-7)\cdot(x+1)$

SP-Form:

$$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2+4$$
$$0 = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2+4 \quad \mid -4$$
$$-4 = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2 \quad \mid :\left(-\frac{1}{4}\right)$$
$$16 = (x-3)^2 \quad \mid \sqrt{\ }$$
$$\pm 4 = x_{1/2}-3 \quad \mid +3$$
$$3 \pm 4 = x_{1/2}$$
$$7 = x_1$$
$$-1 = x_2$$

Linearfaktordarst: $f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x+1)\cdot(x-7)$

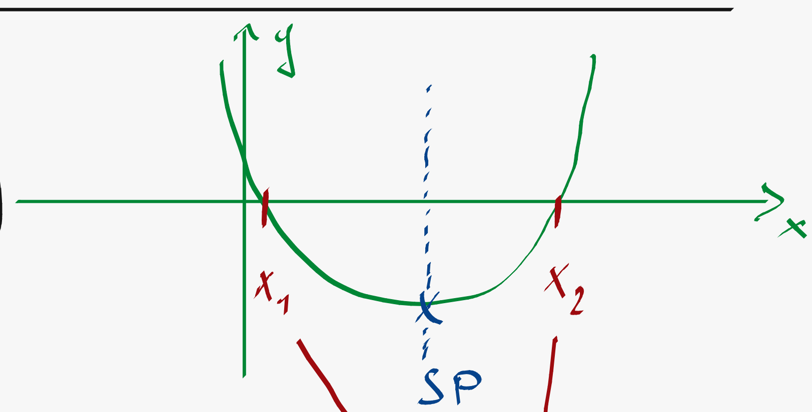
Linearfaktordarst.:

$$f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x+1)\cdot(x-7)$$

a

$n_1 = -1$

$n_2 = 7$



$$\boxed{x_{sp} = \frac{n_1+n_2}{2}}$$

$$x_{sp} = \frac{-1+7}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$f(3) = -\frac{1}{4}\cdot(3+1)\cdot(3-7)$$
$$f(3) = -\frac{1}{4}\cdot 4\cdot(-4)$$
$$f(3) = 4$$

SP(3/4)

SP-Form: $f(x) = -\frac{1}{4}\cdot(x-3)^2+4$

Klassenarbeit – Parabeln und quadratische Funktionen

1. Aufgabe
Beschreibe die folgenden Parabeln und zeichne sie in ein geeignetes Koordinatensystem:

a) $f(x) = (x-2)^2$ b) $f(x) = -2x^2 + 4$ c) $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

2. Aufgabe
Untersuche jeweils, ob die Punkte P und Q auf der Parabel liegen:

a) $f(x) = 3(x-2)^2 + 4$ P(2/4) Q(1/6) b) $f(x) = x^2 - 4$ P(1/-3) Q(2/1)

3. Aufgabe
Wie lautet die Funktionsgleichung einer Normalparabel, die nach unten geöffnet ist und deren Scheitelpunkt bei S(1/3) liegt? Bringe die Funktionsgleichung in die Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$.

4. Aufgabe
Gib eine Funktionsgleichung der Parabel $f(x) = 5x^2 + 1$ an, die um 2 nach links und 3 nach oben verschoben wurde.

5. Aufgabe
Bestimme den Scheitelpunkt der folgenden Parabeln:

a) $y = (x+1) \cdot (x-5)$ b) $y = -2x \cdot (x-4)$

6. Aufgabe
Bringe die Gleichungen jeweils in die Scheitelpunktform und gib den Scheitelpunkt der Parabel an.

a) $y = x^2 + 4x - 1$ b) $y = 7x^2 - 14x + 70$ c) $y = 5x^2 - 2,5x$

7. Aufgabe
Die Storebæltsbroen ist eine Brücke, die Seeland im Osten und Fünen im Westen von Dänemark verbindet.
Sie ist die längste Hängebrücke in Europa. Die beiden mittleren Pfeiler haben eine Höhe von 254 m und der Verlauf der Straße liegt 70 m über dem Meeresniveau. Die Spannweite zwischen den beiden Stützpfeilern beträgt 1624 m. Das Tragseil hat die Form einer Parabel.
Bild: www.wikipedia.org

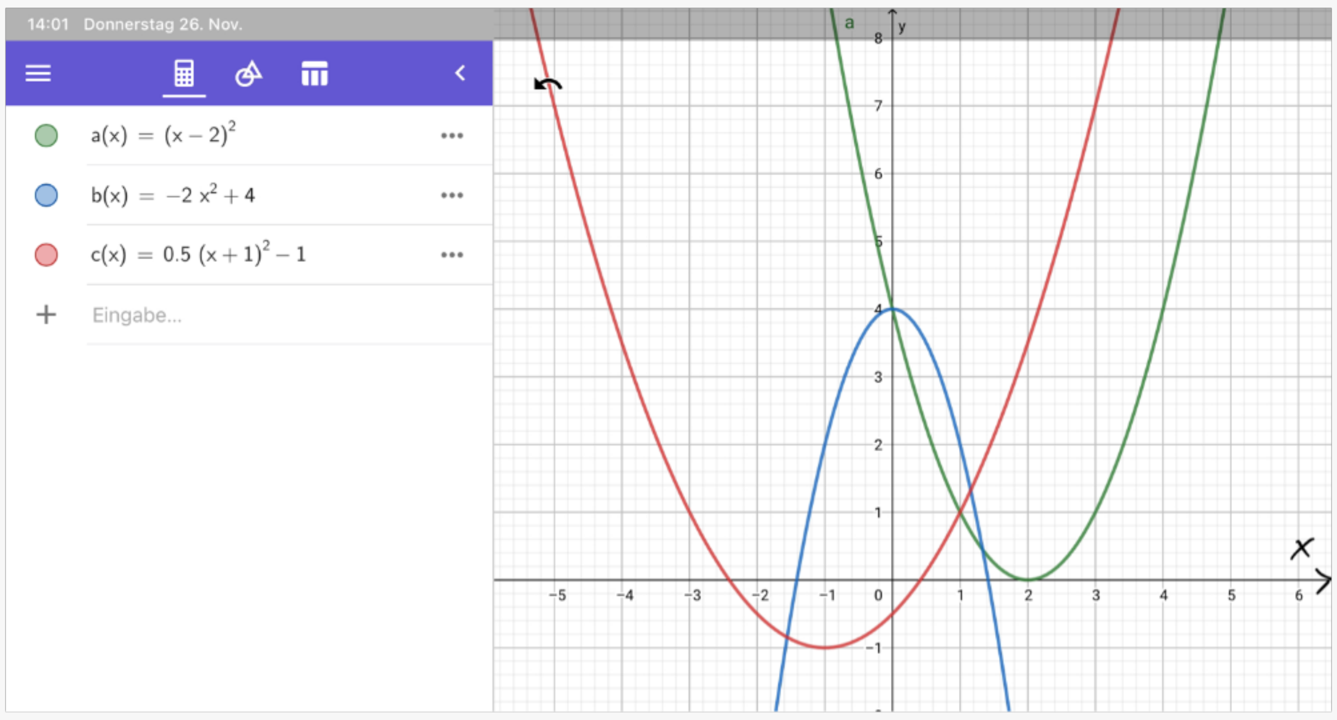
a) Fertige eine Skizze an und wähle ein geeignetes Koordinatensystem.
b) Wo liegt dabei der Ursprung deines Koordinatensystems?
c) Bestimme die Funktionsgleichung dieser Parabel in deinem Koordinatensystem.

8. Bonusaufgabe:
Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel, die durch den Punkt P verläuft und den Scheitelpunkt S besitzt.

a) P (0/3) S (-1/4) b) P (4/3) S (2/-1)

Lösungen:

(1)



(2) a) $P(2|4)$: $4 = 3\cdot(2-2)^2+4$

$4 = 4$ ✓ $\Rightarrow$ P liegt auf der Parabel!

$Q(1|6)$: $6 = 3\cdot(1-2)^2+4$

$6 = 3\cdot 1+4$

$6 = 7$ ↯ $\Rightarrow$ Q liegt nicht auf der Parabel!

b) $P(1|-3)$: $-3 = 1^2-4$

$-3 = -3$ ✓ $\Rightarrow$ P liegt auf der Parabel!

$Q(2|1)$: $1 = 2^2-4$

$1 = 4-4$

$1 = 0$ ↯ $\Rightarrow$ Q liegt nicht auf der Parabel!

(3) „nach unten geöffnete Normalparabel" $\Rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l} a=-1 \\ S(1|3) \end{array}}$

$$\boxed{f(x) = a\cdot(x-u)^2+v}$$

alles in SP-Form einsetzen: $f(x) = -1\cdot(x-1)^2+3$

in allg. Form (Weg 1): $f(x) = -1\cdot(x^2-2x+1)+3$

$f(x) = -x^2+2x-1+3$

$\underline{\underline{f(x) = -x^2+2x+2}}$

(4) $f(x) = 5x^2+1 \iff f(x) = 5(x-0)^2+1$

2 nach links ↯ $+2$ $+3$ 3 nach oben

$\underline{\underline{f(x) = 5\cdot(x+2)^2+4}}$

(5) Operator **Bestimmen**: Spezialfunktionen des WTR dürfen verwendet werden! ☺

a) $f(x) = (x+1)\cdot(x-5)$

$f(x) = x^2 - 5x + x - 5$

$f(x) = x^2 - 4x - 5$ mit WTR: $SP(2|-9)$

b) $f(x) = -2x\cdot(x-4)$

$f(x) = -2x^2 + 8x + 0$ mit WTR: $SP(2|8)$

(6) (siehe Weg 2)

a) $f(x) = x^2 + 4x - 1$

SP mit WTR:
$SP(-2|-5)$

$f(x) = 1\cdot(x+2)^2 - 5$

b) $f(x) = 7x^2 - 14x + 70$

SP mit WTR:
$SP(1|63)$

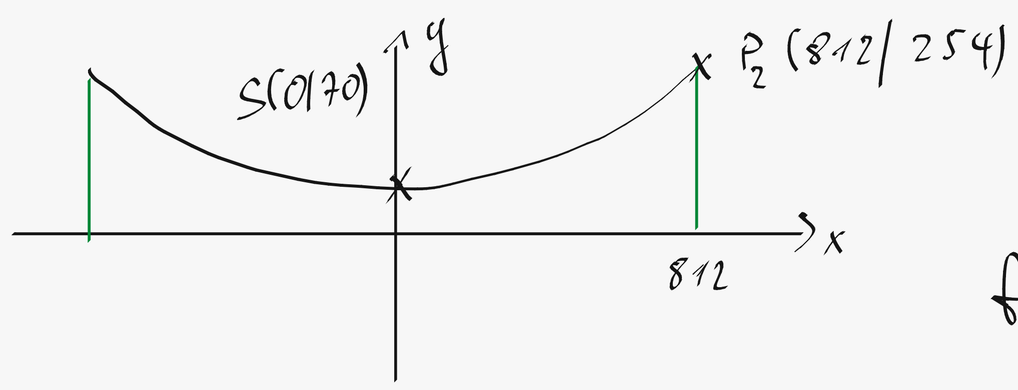
$f(x) = 7\cdot(x-1)^2 + 63$

c) $f(x) = 5x^2 - 2{,}5x + 0$

SP mit WTR:
$SP(\frac{1}{4}|-\frac{5}{16})$

$f(x) = 5\cdot(x-\frac{1}{4})^2 + \frac{5}{16}$

(7) a) Skizze:



fr

b) Dämliche Frage: Der Ursprung des Koordinatensystems lautet immer U(0|0)

Die meinen halt SP(0|70) ☺

c)

$$|a| = \frac{\Delta y}{(\Delta x)^2} = \frac{(254-70)}{812^2} = \frac{23}{82.418}$$

$$f(x) = \frac{23}{82.418}\cdot(x-0)^2 + 70$$

$$\Leftrightarrow \boxed{f(x) = \frac{23}{82.418}\cdot x^2 + 70}$$

(8) a)

$$|a| = \frac{\Delta y}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{1^2} = 1 \implies a = -1$$

$$f(x) = -1\cdot(x+1)^2 + 4$$

b)

$$|a| = \frac{\Delta y}{(\Delta x)^2} = \frac{4}{2^2} = 1 \implies a = 1$$

$$f(x) = 1\cdot(x-2)^2 - 1$$

Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade

$$\boxed{\begin{aligned} g(x) &= \tfrac{1}{4}x^2 - 2x + 1 \\ h(x) &= \tfrac{1}{2}x - 3 \end{aligned}}$$

$$\tfrac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = \tfrac{1}{2}x - 3 \quad | +3$$
$$\tfrac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = \tfrac{1}{2}x \quad | -\tfrac{1}{2}x$$
$$\tfrac{1}{4}\cdot x^2 - 2{,}5x + 4 = 0 \quad | :\tfrac{1}{4}$$

Normalform: $\rightarrow$ $x^2 - 10x + 16 = 0$

$$5 \pm \sqrt{25 - 16} = x_{1/2}$$
$$5 \pm \sqrt{9} = x_{1/2}$$
$$5 \pm 3 = x_{1/2}$$
$$8 = x_1$$
$$2 = x_2$$

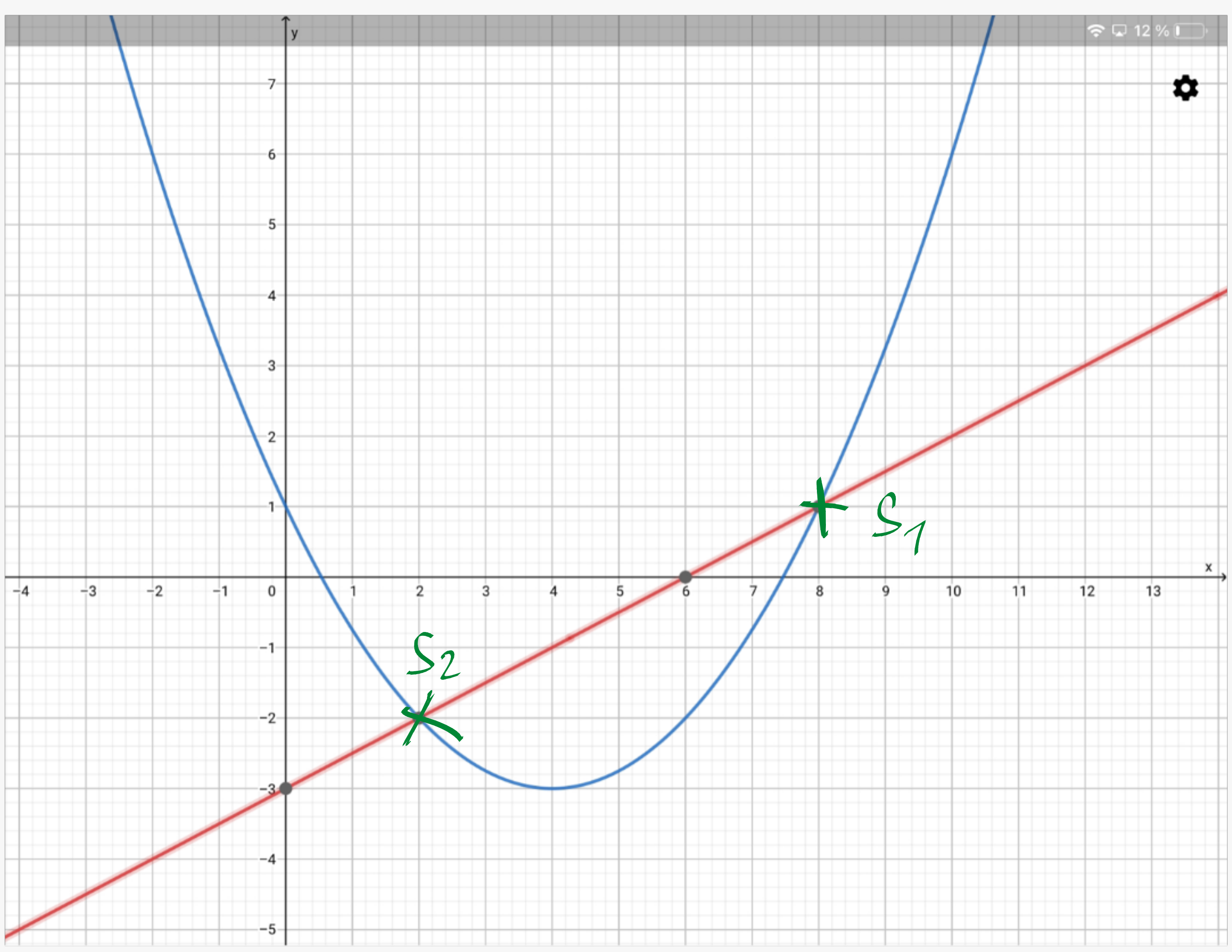
y-Werte:

$$h(8) = \tfrac{1}{2}\cdot 8 - 3$$
$$h(8) = 1$$

$\underline{\underline{S_1(8|1)}}$

$$h(2) = \tfrac{1}{2}\cdot 2 - 3$$
$$h(2) = -2$$

$\underline{S_2(2|-2)}$

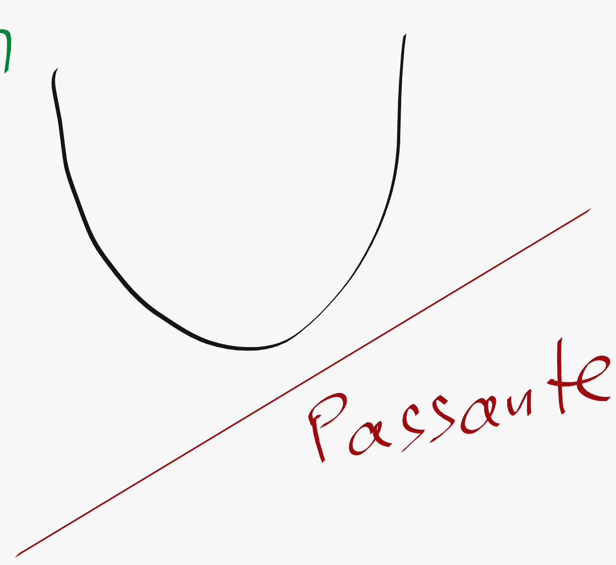


Sekante

$x_{1/2} = \dots \pm \sqrt{+}$

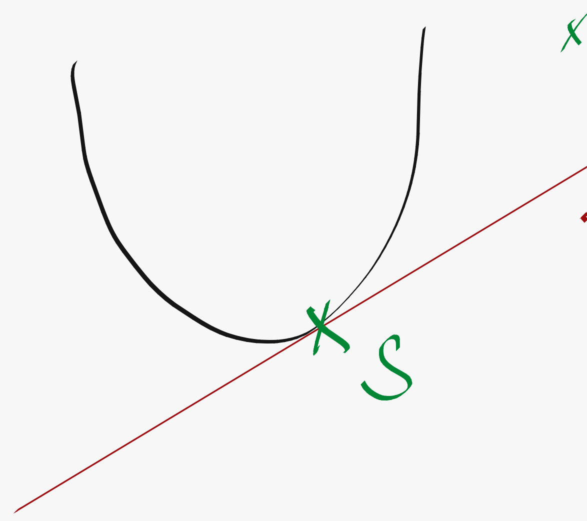
Lagebeziehung

$x_{1/2} = \dots \pm \sqrt{-}$



Passante

$x_{1/2} = \dots \pm \sqrt{0}$



Tangente

$$1x + 12 = -0{,}5x^2 - 6x - 8 \quad | -1x$$
$$12 = -0{,}5x^2 - 7x - 8 \quad | -12$$
$$0 = -0{,}5x^2 - 7x - 20 \quad |: (-0{,}5)$$
$$0 = x^2 + 14x + 40$$
$$x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{49 - 40}$$
$$x_{1,2} = -7 \pm \sqrt{9}$$
$$x_{1,2} = -7 \pm 3$$
$$x_1 = -10$$
$$x_2 = -4$$

$$g(-10) = 1 \cdot (-10) + 12$$
$$g(-10) = 2 \qquad \underline{S_1(-10|2)}$$

$$g(-4) = 1 \cdot (-4) + 12$$
$$g(4) = 8 \qquad \underline{S_2(-4|8)}$$

- Die Gerade ist eine Sekante der Parabel!

$$g(x) = x + 12$$
$$f(x) = -0{,}5 \cdot (x+6)^2 + 10$$

$$x + 12 = -0{,}5 \cdot (x+6)^2 + 10$$
$$x + 12 = -0{,}5 \cdot (x^2 + 12x + 36) + 10$$
$$x + 12 = -0{,}5x^2 - 6x - 18 + 10$$
$$x + 12 = -0{,}5x^2 - 6x - 8 \quad | -x$$
$$12 = -0{,}5x^2 - 7x - 8 \quad | -12$$
$$0 = -0{,}5x^2 - 7x - 8$$

$$f_1(x) = -\tfrac{1}{4}x^2 + 4x - 9$$
$$f_2(x) = 2x^2 - 6x + 1$$

$$-\tfrac{1}{4}x^2 + 4x - 9 = 2x^2 - 6x + 1 \quad | + \tfrac{1}{4}x^2$$
$$4x - 9 = 2{,}25x^2 - 6x + 1 \quad | -4x$$
$$-9 = 2{,}25x^2 - 10x + 1 \quad | +9$$
$$0 = 2{,}25x^2 - 10x + 10$$

⋮

THEMEN FÜR KLASSENARBEIT NR. 2

- Parabeln selber zeichnen
- Parabeln ablesen
- Punktprobe
- Punktvervollständigung
- Achsenschnittpunkte (mit y- UND x-Achse)
- alle „6 Wege“ der Umformungen
- Schnittpunkte zw. Parabeln und Geraden (+ Lagebeziehung)

ÜBEN ÜBEN ÜBEN

(1)

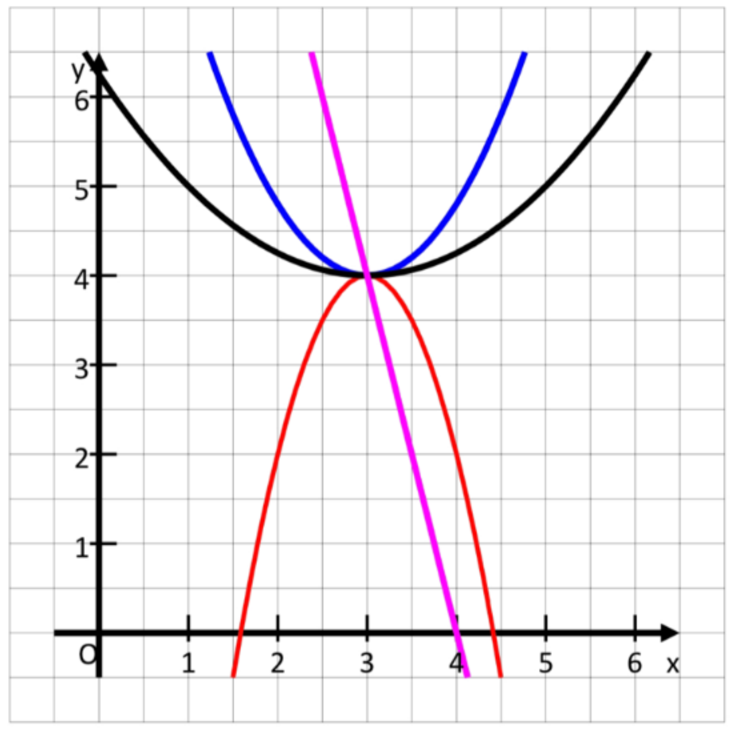
Entscheide, welche Gleichung zu welchem Graphen gehört. Begründe deine Entscheidung!

$f(x) = -2(x-3)^2 + 4$

$g(x) = 0{,}8(x-3)^2 + 4$

$h(x) = -4x + 16$

$k(x) = \frac{1}{4}(x-3)^2 + 4$



(2)

Gib jeweils die Gleichung einer Funktion an, deren Graph die angegebenen Eigenschaften hat. Es kann mehrere Lösungen geben!

a) Die Parabel ist nach oben geöffnet, hat den Scheitelpunkt (-3/5) und ist schmaler als eine Normalparabel.

b) Die Parabel ist nach unten geöffnet, hat den Scheitelpunkt auf der y-Achse, aber nicht im Ursprung und ist breiter als eine Normalparabel.

c) Die Parabel ist um 1,7 nach rechts und 0,3 nach unten verschoben und nach unten geöffnet.

d) Der Graph ist eine Gerade durch den Punkt (0/-3) und mit Steigung 5.

(3)

Bestimme von den nachfolgenden Funktionen
1. die Nullstellen
2. den Scheitelpunkt
3. den Schnittpunkt mit der y-Achse

a) $f(x) = (x+3)(x+2)$ b) $f(x) = (x-2)^2 - 16$ c) $f(x) = 2x^2 - 24x + 70$

(4)

Berechne die Scheitelpunkte und die Nullstellen der folgenden Funktionen.

a) $f(x) = 8x^2 + 8x - 6$ b) $f(x) = x^2 + x$ c) $f(x) = 3x^2 - 6x + 9$

d) $f(x) = (x-3)^2$ e) $f(x) = (x-0{,}5)(x+2)$ f) $f(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$

(5)

Gegeben sind $f(x) = x^2 - 2x - 15$, $g(x) = -2x^2 + 4x - 6$ und $h(x) = -9x - 21$.

a) Welche der drei Funktionen hat keine Parabel als Graph?

b) Bestimme von den quadratischen Funktionen die Scheitelpunkte und entscheide, ob ihre Graphen nach oben oder unten geöffnet sind und ob sie gestreckt oder gestaucht wurden.

c) An welchen Stellen schneiden die drei Graphen die Koordinatenachsen?

d) Berechne so die Schnittpunkte der Funktionen und definiere die Lagebeziehung.

(I) ... f und g. (II) ... f und h. (III) ... g und h.

e) Zeichne die Graphen anhand der Ergebnisse aus den Teilaufgaben a) bis d).

Lösungen:

(1) Der rosafarbene Graph ist die einzige gerade. Damit muss die Funktionsgleichung von h zu diesem Graphen gehören, da diese die einzige lineare Funktionsgleichung in der zur Verfügung stehenden Auswahl ist.

Die rote Parabel ist nach unten geöffnet, sodass die zugehörige Funktionsgleichung einen negativen a-Wert aufweisen muss. Dies ist nur bei f der Fall, weshalb deren Funktionsgleichung diese Parabel beschreibt.

Sowohl die blaue als auch die schwarze Parabel sind nach oben geöffnet. Die blaue Parable verläuft aber "spitzer" (gestreckter) als die schwarze Parabel, weshalb diese einen größeren a-Wert besitzt als die schwarze Parabel. Da 0,8 > 1/4, muss g zur blauen und k zur schwarzen Parabel gehören.

(2)
a) zum Bsp.: $f(x) = 2\cdot(x+3)^2+5$
b) zum Bsp.: $f(x) = -0{,}1x^2+6$
c) zum Bsp.: $f(x) = -4(x-1{,}7)^2-0{,}3$
d) zum Bsp.: $f(x) = 5x-3$ [da $(0|-3) \Rightarrow b=-3$]

(3) 1. Nullstellen:

a) $0=(x+3)\cdot(x+2)$
$x_1=-3$
$x_2=-2$

b) $0=(x-2)^2-16 \quad |+16$
$16=(x-2)^2 \quad |\sqrt{\ }$
$\pm 4 = x_{1/2}-2 \quad |+2$
$2\pm 4 = x_{1/2}$
$x_1=6$
$x_2=-2$

c) $0=2x^2-24x+70 \quad |:2$
$0=x^2-12x+35$
$x_{1/2} = 6\pm\sqrt{36-35}$
$x_{1/2} = 6\pm\sqrt{1}$
$x_{1/2}=6\pm 1$
$x_1=5$
$x_2=7$

2. Scheitelpunkt:

a) $u_1=-3$
$u_2=-2$
$x_{Sp}=\frac{-3+(-2)}{2}=-2{,}5$
$f(-2{,}5)=(-2{,}5+3)\cdot(-2{,}5+2)=-0{,}25$
$SP(-2{,}5|-0{,}25)$

b) $SP(2|-16)$

c) mit WTR bestimmen:
$SP(6|-2)$

3. Schnittp. mit y-Achse:

a) $f(0)=(0+3)\cdot(0+2)=6$
$S_y(0/6)$

b) $f(0)=(0-2)^2-16$
$f(0)=4-16$
$f(0)=-12$
$S_y(0|-12)$

c) $f(0)=2\cdot 0^2-24\cdot 0+70$
$f(0)=70$
$S_y(0|70)$

(4)
a) $0=8x^2+8x-6 \quad |:8$
$0=x^2+x-\frac{6}{8}$
$x_{1/2}=-0{,}5\pm\sqrt{0{,}25+\frac{6}{8}}$
$x_{1/2}=-0{,}5\pm 1$
$x_1=0{,}5$
$x_2=-1{,}5$
mit WTR: $SP(-\frac{1}{2}|-8)$

b) $0=x^2+x+0$
$x_{1/2}=-0{,}5\pm\sqrt{(-0{,}5)^2}$
$x_{1/2}=-0{,}5\pm 0{,}5$
$x_1=0$
$x_2=-1$
mit WTR: $SP(-\frac{1}{2}|-\frac{1}{4})$

c) $0=3x^2-6x+9 \quad |:3$
$0=x^2-2x+3$
$x_{1/2}=1\pm\sqrt{1^2-3}$
$x_{1/2}=1\pm\sqrt{-2}$ ↯ n.d.
$\Rightarrow$ keine Nullstellen
mit WTR: $SP(1|6)$

d) $0 = (x-3)^2$

$0 = (x-3) \cdot (x-3)$

$\Rightarrow x_1 = x_2 = 3$

SP: doppelte Nullstelle bei $x = 3$.

D.h.: SP(3|0)

e) $0 = (x-0{,}5) \cdot (x+2)$

$x_1 = 0{,}5$

$x_2 = -2$

SP: $x_{sp} = \frac{0{,}5 + (-2)}{2} = -0{,}75$

$f(-0{,}75) = (-0{,}75 - 0{,}5) \cdot (-0{,}75 + 2)$

$f(-0{,}75) = -\frac{25}{16}$

SP$(-0{,}75 | -\frac{25}{16})$

f) $0 = -\frac{1}{4} \cdot (x-1)^2 + 1 \quad | -1$

$-1 = -\frac{1}{4}(x-1)^2 \quad | : (-\frac{1}{4})$

$4 = (x-1)^2 \quad | \sqrt{\ }$

$\pm 2 = x_{1/2} - 1 \quad | +1$

$1 \pm 2 = x_{1/2}$

$-1 = x_1$

$3 = x_2$

SP(1|1)

5

a) Da die Funktion h eine lineare Funktion ist, verläuft ihr Graph in einer Geraden.

b) f: SP(1|-16)

- nach oben geöffnet, da $a = 1$ positiv
- da $a = 1$ bezeichnet man die Kurve als "Normalparabel"

g: SP(1|-4)

- nach unten geöffnet, da $a = -2$ negativ.
- da $a = -2$, ist die Parabel gestreckt

c) Da der Operator in der Aufgabenstellung fehlt, wähle ich "bestimmen"!

f: $x_1 = 5$ $x_2 = -3$

$S_y(0|-15)$

g: $x_1 =$ n.d. $x_2 =$ n.d.

$S_y(0|-6)$

h: $x = -\frac{7}{3}$

$S_y(0|-21)$

d) f x g:

$x^2 - 2x - 15 = -2x^2 + 4x - 6 \quad | -x^2$

$-2x - 15 = -3x^2 + 4x - 6 \quad | +2x$

$-15 = -3x^2 + 6x - 6 \quad | +15$

$0 = -3x^2 + 6x + 9 \quad | : (-3)$

$0 = x^2 - 2x - 3$

$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1 + 3}$

$x_{1/2} = 1 \pm 2$

$x_1 = -1$

$x_2 = 3$

$f(-1) = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 15$

$f(-1) = -12$

$S_1(-1|-12)$

$f(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 15$

$f(3) = -12$

$S_2(3|-12)$

- Da keine Gerade im Spiel ist, kann man keine Lagebeziehung definieren!

$f \times h$:

$$-9x-21 = x^2-2x-15 \quad | +9x$$
$$-21 = x^2+7x-15 \quad | +21$$
$$0 = x^2+7x+6$$
$$x_{1/2} = -3{,}5 \pm \sqrt{3{,}5^2-6}$$
$$x_{1/2} = -3{,}5 \pm 2{,}5$$
$$x_1 = -6$$
$$x_2 = -1$$

$h(-6) = -9\cdot(-6)-21$
$h(-6) = 33$ $\qquad S_1(-6|33)$

$h(-1) = -9\cdot(-1)-21$
$h(-1) = -12$ $\qquad S_2(-1|-12)$

- h ist eine Sekante der Parabel von f!

$g \times h$:

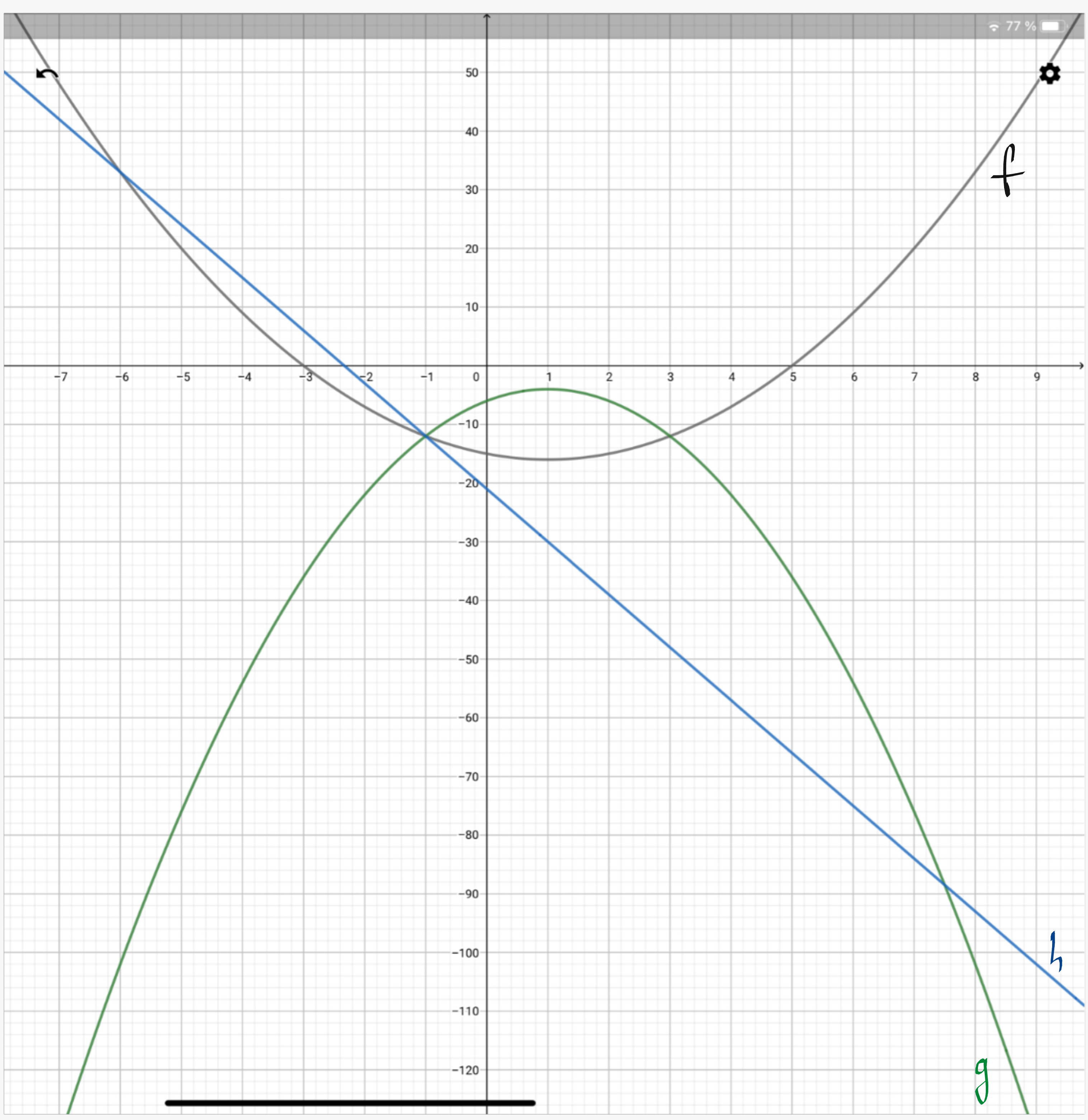
$$-9x-21 = -2x^2+4x-6 \quad | +9x$$
$$-21 = -2x^2+13x-6 \quad | +21$$
$$0 = -2x^2+13x+15 \quad | :(-2)$$
$$0 = x^2-6{,}5x-7{,}5$$
$$x_{1/2} = 3{,}25 \pm \sqrt{3{,}25^2+7{,}5}$$
$$x_{1/2} = 3{,}25 \pm 4{,}25$$
$$x_1 = -1$$
$$x_2 = 7{,}5$$

$h(-1) = -9\cdot(-1)-21$
$h(-1) = -12$ $\qquad S_1(-1|-12)$

$h(7{,}5) = -9\cdot 7{,}5 - 21$
$h(7{,}5) = -88{,}5$ $\qquad S_2(7{,}5|-88{,}5)$

- h ist eine Sekante der Parabel von g!

e)



Aus drei gegebenen Punkten eine quadratische Funktion errechnen:

$$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c}$$

$P(1|-3)$
$P(-2|-18)$
$P(3|-13)$

$$\left| \begin{array}{l} -3 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ -18 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ -13 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} -3 = a + b + c \\ -18 = 4a - 2b + c \\ -13 = 9a + 3b + c \end{array} \right| \begin{array}{l} \\ \cdot(-1) \\ \\ \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{l} -3 = a + b + c \\ 18 = -4a + 2b - c \\ -13 = 9a + 3b + c \end{array} \right| \begin{array}{l} (+) \to \\ (+) \to \end{array} \left| \begin{array}{l} 15 = -3a + 3b \\ 5 = 5a + 5b \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$(+) \left| \begin{array}{l} 75 = -15a + 15b \\ 15 = 15a + 15b \end{array} \right|$$

$$90 = 0a + 30b$$

$$90 = 30b \quad |:30$$

$$\underline{3 = b}$$

mit $\boxed{5 = 5a + 5b}$ und $\boxed{3 = b}$

$$5 = 5a + 5 \cdot 3$$

$$5 = 5a + 15 \quad |-15$$

$$-10 = 5a \quad |:5$$

$$\underline{-2 = a}$$

mit $\boxed{-3 = a + b + c}$ und $\boxed{a = -2}$ und $\boxed{b = 3}$

$$-3 = -2 + 3 + c$$

$$-3 = 1 + c \quad |-1$$

$$\underline{-4 = c}$$

$$\Rightarrow \underline{f(x) = -2x^2 + 3x - 4}$$

$$ax^2 + bx + c = f(x)$$

$P_1(1|7)$
$P_2(-2|22)$
$P_3(3|27)$

$$\left| \begin{array}{l} a\cdot 1^2 + b\cdot 1 + c = 7 \\ a\cdot(-2)^2 + b\cdot(-2) + c = 22 \\ a\cdot 3^2 + b\cdot 3 + c = 27 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{l} a + b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = 22 \\ 9a + 3b + c = 27 \end{array} \right| \cdot(-1)$$

$$\left| \begin{array}{l} a + b + c = 7 \\ -4a + 2b - c = -22 \\ 9a + 3b + c = 27 \end{array} \right| \begin{array}{l} (+) \rightarrow \\ (+) \rightarrow \end{array} \left| \begin{array}{l} -3a + 3b = -15 \\ 5a + 5b = 5 \end{array} \right| \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 3 \end{array}$$

$$(+)\left| \begin{array}{l} -15a + 15b = -75 \\ 15a + 15b = 15 \end{array} \right|$$

$$0a + 30b = -60 \quad |:30$$

$$\underline{b = -2}$$

mit $\boxed{-3a + 3b = -15}$ und $\boxed{b = -2}$

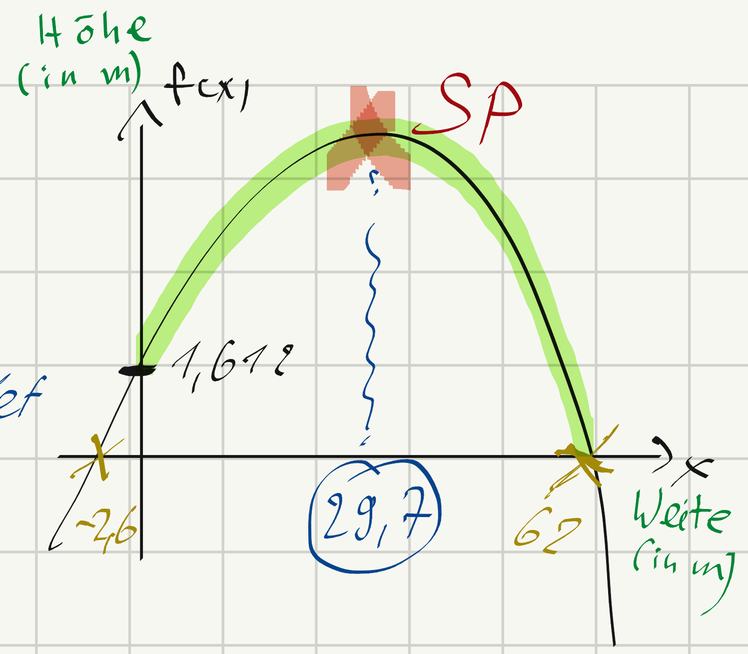
$$-3a + 3\cdot(-2) = -15$$
$$-3a - 6 = -15 \quad |+6$$
$$-3a = -9 \quad |:(-3)$$
$$\underline{a = 3}$$

mit $\boxed{a + b + c = 7}$
und $\boxed{b = -2}$
und $\boxed{a = 3}$

$$3 - 2 + c = 7$$
$$1 + c = 7 \quad |-1$$
$$\underline{c = 6}$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2 - 2x + 6$$

Theo ist ca. 1,70m groß, da er den Ball in etwa auf Ohrhöhe abwirft und diese sich auf 1,612 m Höhe befindet



$$0 = -0{,}01x^2 + 0{,}594x + 1{,}612 \quad | : (-0{,}01)$$

$$0 = x^2 - 59{,}4x - 161{,}2$$

$$x_{1/2} = 29{,}7 \pm \sqrt{882{,}09 + 161{,}2}$$

$$x_{1/2} = 29{,}7 \pm 32{,}3$$

$$x_1 = 62$$

$$x_2 = -2{,}6 \longleftarrow$$ bezogen auf den abgebildeten Sachverhalt sinnig

14 Anwendung quadratischer Funktionen II

Theo übt Schlagballwürfe für die Bundesjugendspiele. Die Flugbahn seines weitesten Wurfes kann mithilfe der Funktion f mit $f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}594x + 1{,}612$ beschrieben werden. Hierbei entspricht x der horizontalen Entfernung des Balls vom Abwurfpunkt in m und f(x) der Höhe des Balls in m.

Antwort: Theo wirft den Ball genau 62 Meter weit.

(1) Wie groß ist Theo etwa?

Antwort: $x_{Sp} = \frac{62 + (-2{,}6)}{2} = 29{,}7$

(2) Wie weit war Theos weitester Wurf? Weite des Wurfes: w = ______.

(3) Wie hoch war der Ball in seinem höchsten Punkt? Höchster Punkt: S(1,612 | ______).

$$f(29{,}7) = -0{,}01 \cdot 29{,}7^2 + 0{,}594 \cdot 29{,}7 + 1{,}612$$

$$f(29{,}7) = 10{,}4329$$

Antwort: An seinem höchsten Punkt erreicht der Ball eine Höhe von fast 10,5 Metern.

13 **Anwendung quadratischer Funktionen I**

Die Flugbahn eines Golfballes kann näherungsweise durch eine Parabel beschrieben werden, wobei x der horizontalen Entfernung vom Abschlagspunkt in Metern und f(x) der Höhe des Balles in Metern entspricht. Eine spezielle Flugbahn kann durch die Gleichung $f(x) = -0{,}006x^2 + 0{,}9x$ beschrieben werden.

(1) Wie weit ist der Ball über der 100-m-Markierung (100 m horizontale Entfernung vom Abschlagspunkt) von der Erde entfernt?

(2) Wie weit fliegt der Ball?

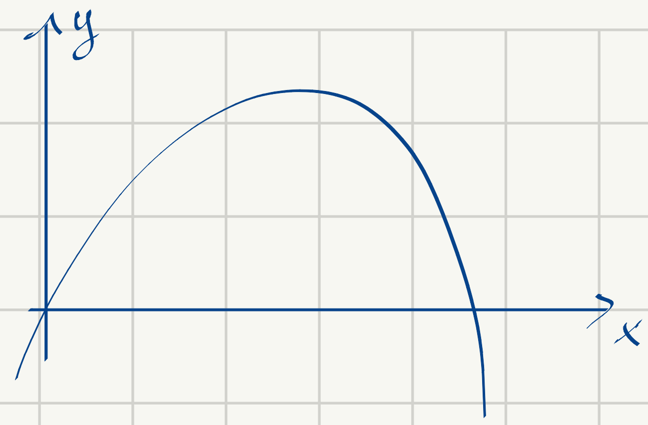
(3) Wie hoch ist der Ball in seinem höchsten Punkt?

(1) Antwort: ______________________________

____

(2) Weite des Balles: w = ______________.

(3) Höchster Punkt: S(______|______).



(1) $f(100) = -0{,}006 \cdot 100^2 + 0{,}9 \cdot 100$

$f(100) = 30$

Antwort: Bei einer Entfernung von 100 Metern vom Abschlagpunkt ist der Ball genau 30 Meter hoch

(2) $0 = -0{,}006x^2 + 0{,}9x + 0 \quad | :(-0{,}006)$

$0 = x^2 - 150x + 0$

$x_{1/2} = 75 \pm \sqrt{75^2 - 0}$

$x_{1/2} = 75 \pm 75$

$x_1 = 150 \leftarrow$ Aufprallpunkt

$x_2 = 0 \leftarrow$ Abschlagpunkt

Antwort: Bis zum Aufprallpunkt fliegt der Ball genau 150 Meter

(3) y-Wert des Scheitelpunkts

$x_{sp} = \frac{150 + 0}{2} = 75$

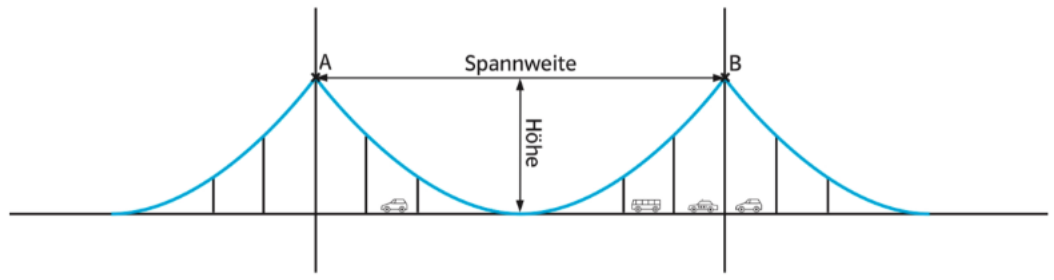
$f(75) = -0{,}006 \cdot 75^2 + 0{,}9 \cdot 75$

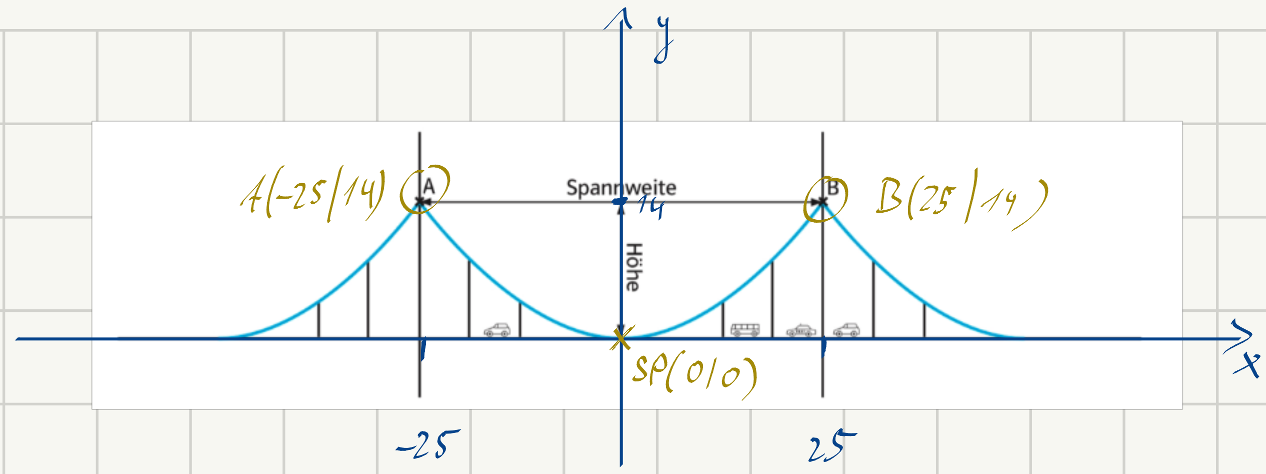
$f(75) = 33{,}75$

Antwort: An seinem höchsten Punkt befindet sich der Ball 33,75 Meter über dem Erdboden.

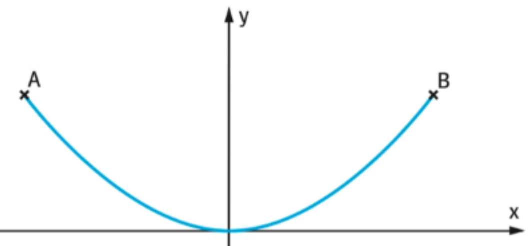
15 Anwendung quadratischer Funktionen III

Die Spannweite der unteren Hängebrücke beträgt 50 m, die Höhe der oberen Befestigungspunkte A und B über der Fahrbahn beträgt 14 m. Die Fahrbahn ist an zwei Haupttrageseilen aufgehängt.





(1) Die Hauptseile im mittleren Abschnitt haben annähernd die Form einer Parabel. Zeichne die Längenangaben in das rechte Koordinatensystem ein und gib dann die Koordinaten der Punkte A und B an.



A (-25 | 14); B (25 | 14)

(2) Welche der folgenden vier Funktionsgleichungen gehört zu der abgebildeten Parabel? Begründe.

(A) $f(x) = -0{,}0224x^2$ (B) $f(x) = 50x + 14$ (C) $f(x) = 0{,}0224x^2$ (D) $f(x) = 0{,}0224x^2 + 14$

Antwort: ______ Begründung: ______

(3) In der obigen Abbildung kann man erkennen, dass die Fahrbahn in regelmäßigen Abständen mit senkrechten Stahltrageseilen an den Hauptseilen befestigt ist. Im mittleren Bereich der Brücke befinden sich auf jeder Fahrbahnseite 6 Trageseile. Bestimme rechnerisch die Gesamtlänge der Stahltrageseile, die für den mittleren Brückenabschnitt für beide Fahrbahnseiten benötigt werden.

SP(0|0)
B(25|14)

$|a| = \frac{\Delta y}{(\Delta x)^2} = \frac{14}{25^2} = 0{,}0224$

$a = 0{,}0224$

$f(x) = 0{,}0224 \cdot x^2$

Aufgabe A2 (4 Teilaufgaben) | Lösung A2

Ein Eisenbahntunnel hat die Form einer Parabel mit einer Breite von *8 m* und einer Höhe von *6 m*.

a) Bestimme eine quadratische Funktion *f*, deren Graph die Tunneleinfahrt beschreibt.

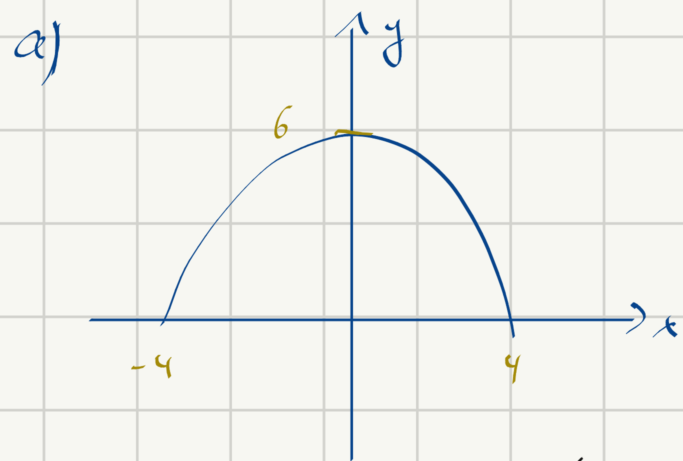
b) Zeichne die Tunneleinfahrt im Maßstab *1:100*.

c) Es soll ein neues Zugmodell entwickelt werden, welches den Tunnel durchfahren kann.

Dessen Waggons sind 3,20 m breit und 3,50 m hoch.

Wie weit muss die Schienenmitte vom rechten Tunnelrand für diesen Zug mindestens entfernt sein?

a)

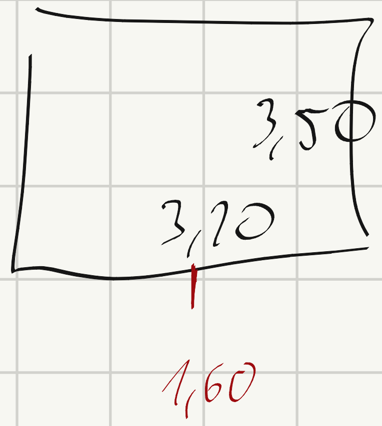


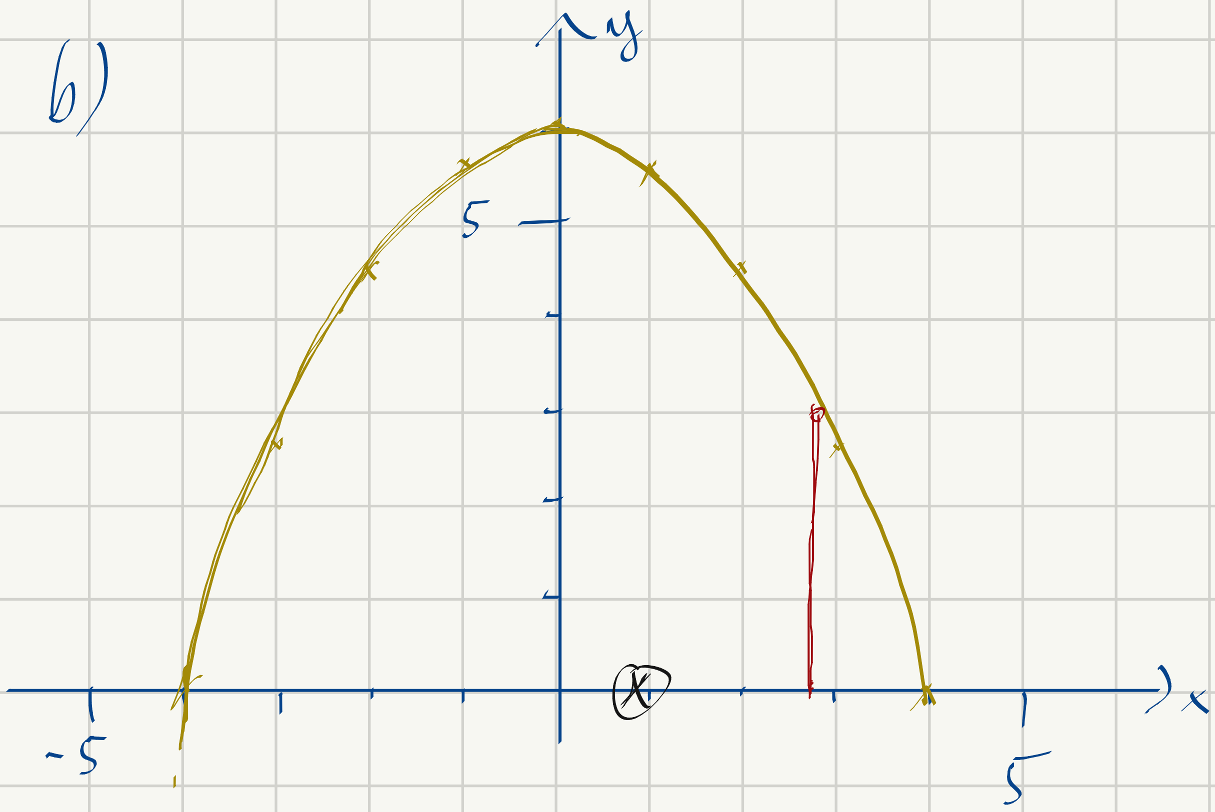
SP(0|6)
N(4|0)

$0 = a \cdot (4-0)^2 + 6$
$0 = 16a + 6 \quad | -6$
$-6 = 16a \quad | :16$
$-\frac{3}{8} = a$

$f(x) = -\frac{3}{8}(x+0)^2 + 6$
$f(x) = -\frac{3}{8}x^2 + 6$

b)



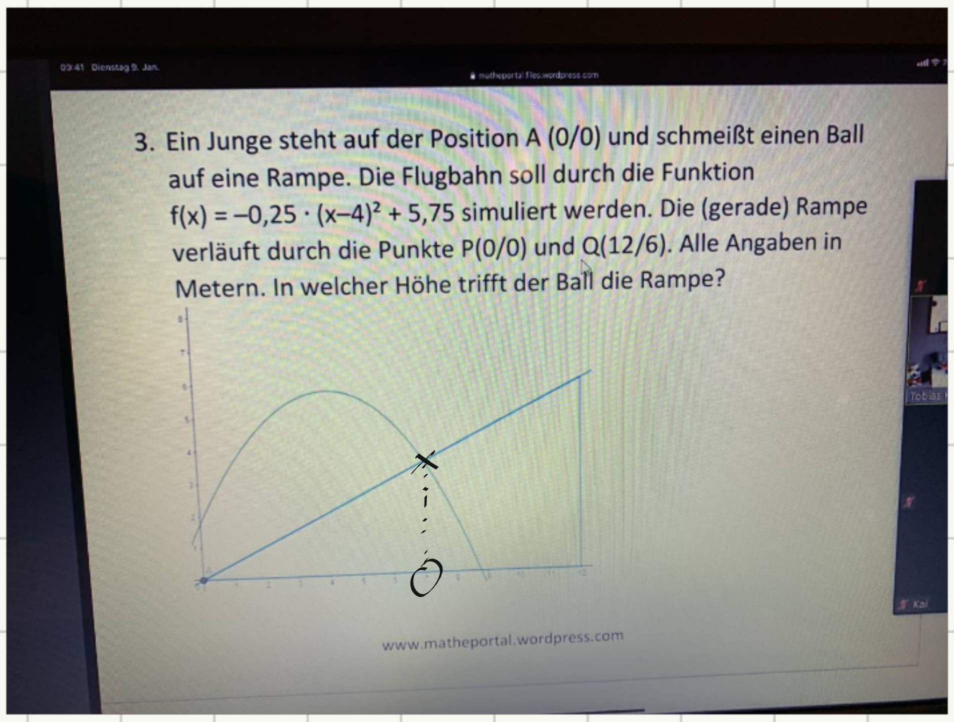


c)
$3{,}5 = -\frac{3}{8}x^2 + 6 \quad | -6$
$-2{,}5 = -\frac{3}{8}x^2 \quad | :\left(-\frac{3}{8}\right)$
$\frac{20}{3} = x^2 \quad | \sqrt{\ }$
$\pm 2{,}582 \approx x_{1/2}$

Schienenmitte: $2{,}582 - 1{,}6 = 0{,}982$

Abstand vom rechten Tunnelrand:
$4 - 0{,}982 = 3{,}018$

Antwort: ...



3. Ein Junge steht auf der Position A (0/0) und schmeißt einen Ball auf eine Rampe. Die Flugbahn soll durch die Funktion f(x) = −0,25 · (x−4)² + 5,75 simuliert werden. Die (gerade) Rampe verläuft durch die Punkte P(0/0) und Q(12/6). Alle Angaben in Metern. In welcher Höhe trifft der Ball die Rampe?

www.matheportal.wordpress.com

$$\boxed{f(x) = -0{,}25\cdot(x-4)^2+5{,}75}$$

P(0|0) Q(12/6)

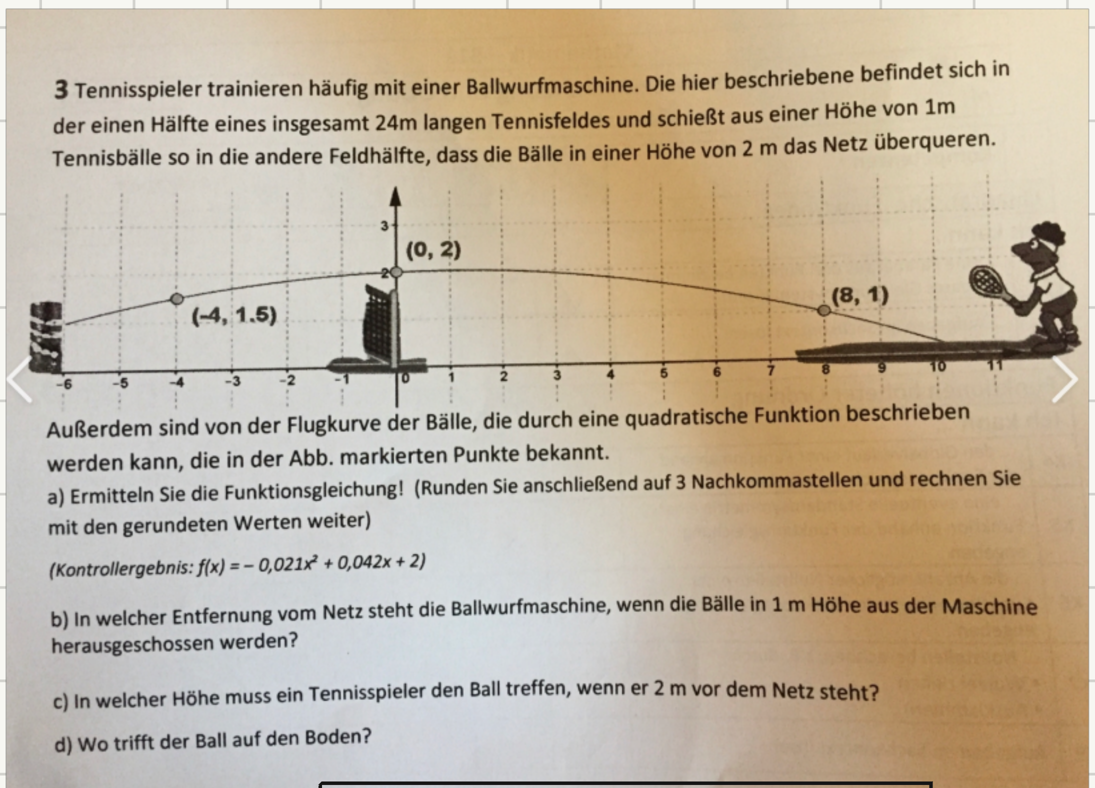
$$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{6-0}{12-0} = \underline{\underline{0{,}5}}$$

$$b = 0 \qquad \underline{g(x) = 0{,}5x+0}$$

$$0{,}5x = -0{,}25\cdot(x-4)^2+5{,}75$$
$$0{,}5x = -0{,}25\cdot(x^2-8x+16)+5{,}75$$
$$0{,}5x = -0{,}25x^2+2x-4+5{,}75$$
$$0{,}5x = -0{,}25x^2+2x+1{,}75 \quad |-0{,}5x$$
$$0 = -0{,}25x^2+1{,}5x+1{,}75 \quad |:(-0{,}25)$$
$$0 = x^2-6x-7$$
$$x_{1/2} = 3\pm\sqrt{9+7}$$
$$x_{1/2} = 3\pm\sqrt{16}$$
$$x_{1/2} = 3\pm 4$$
$$x_1 = 7$$
$$x_2 = -1$$ (bezogen auf den Sachverhalt uninteressant, da negativ)

$$g(7) = 0{,}5\cdot 7 = \underline{\underline{3{,}5}}$$

Antwort: Der Ball prallt in einer Höhe von 3,5 Metern auf die Rampe.



3 Tennisspieler trainieren häufig mit einer Ballwurfmaschine. Die hier beschriebene befindet sich in der einen Hälfte eines insgesamt 24m langen Tennisfeldes und schießt von dort aus einer Höhe von 1m Tennisbälle so in die andere Feldhälfte, dass die Bälle in einer Höhe von 2 m das Netz überqueren.

Außerdem sind von der Flugkurve der Bälle, die durch eine quadratische Funktion beschrieben werden kann, die in der Abb. markierten Punkte bekannt.

a) Ermitteln Sie die Funktionsgleichung! (Runden Sie anschließend auf 3 Nachkommastellen und rechnen Sie mit den gerundeten Werten weiter)

(Kontrollergebnis: $f(x) = -0{,}021x^2 + 0{,}042x + 2$)

b) In welcher Entfernung vom Netz steht die Ballwurfmaschine, wenn die Bälle in 1 m Höhe aus der Maschine herausgeschossen werden?

c) In welcher Höhe muss ein Tennisspieler den Ball treffen, wenn er 2 m vor dem Netz steht?

d) Wo trifft der Ball auf den Boden?

a) $\boxed{f(x) = ax^2+bx+c}$

$P_1(-4|1{,}5)$, $P_2(0|2)$, $P_3(8|1)$

$$\begin{vmatrix} 1{,}5 = a\cdot(-4)^2 + b\cdot(-4) + c \\ 2 = a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c \\ 1 = a\cdot 8^2 + b\cdot 8 + c \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1{,}5 = 16a - 4b + c \\ 2 = 0 + 0 + c \\ 1 = 64a + 8b + c \end{vmatrix} \cdot(-1)$$

$$\begin{vmatrix} 1{,}5 = 16a - 4b + c \\ -2 = 0 + 0 - c \\ 1 = 64a + 8b + c \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} -0{,}5 = 16a - 4b \\ -1 = 64a + 8b \end{vmatrix} \cdot 2$$

$$\begin{vmatrix} -1 = 32a - 8b \\ -1 = 64a + 8b \end{vmatrix}$$
$$-2 = 96a + 0b \quad |:96$$
$$\underline{\underline{-\tfrac{1}{48} = a}}$$

mit $\boxed{-0{,}5 = 16a - 4b}$ und $\boxed{a = -\tfrac{1}{48}}$

$$-0{,}5 = 16\cdot\left(-\tfrac{1}{48}\right) - 4b$$
$$-0{,}5 = -\tfrac{1}{3} - 4b \quad |+\tfrac{1}{3}$$
$$-\tfrac{1}{6} = -4b \quad |:(-4)$$
$$\underline{\underline{\tfrac{1}{24} = b}}$$

$$2 = 0 + 0 + c$$
$$\underline{\underline{2 = c}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\tfrac{1}{48}x^2 + \tfrac{1}{24}x + 2}}$$

b)

$$1 = -\frac{1}{48}x^2 + \frac{1}{24}x + 2 \quad | -1$$

$$0 = -\frac{1}{48}x^2 + \frac{1}{24}x + 1 \quad | : \left(-\frac{1}{48}\right)$$

$$0 = x^2 - 2x - 48$$

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1-48}$$

$$x_{1/2} = 1 \pm 7$$

$x_1 = 8$ (uninteressant, da in der falschen Spielfeldhälfte)

$x_2 = -6$

Antwort: Die Ballwurfmaschine steht 6 Meter vor dem Netz.

c) $P(2|y)$

$$f(2) = -\frac{1}{48} \cdot 2^2 + \frac{1}{24} \cdot 2 + 2$$

$$f(2) = 2$$

Antwort: Der Tennisspieler muss den Ball in genau 2 Meter Höhe treffen.

d) Nullstellen?

$$0 = -\frac{1}{48}x^2 + \frac{1}{24}x + 2 \quad | : \left(-\frac{1}{48}\right)$$

$$0 = x^2 - 2x - 96$$

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1+96}$$

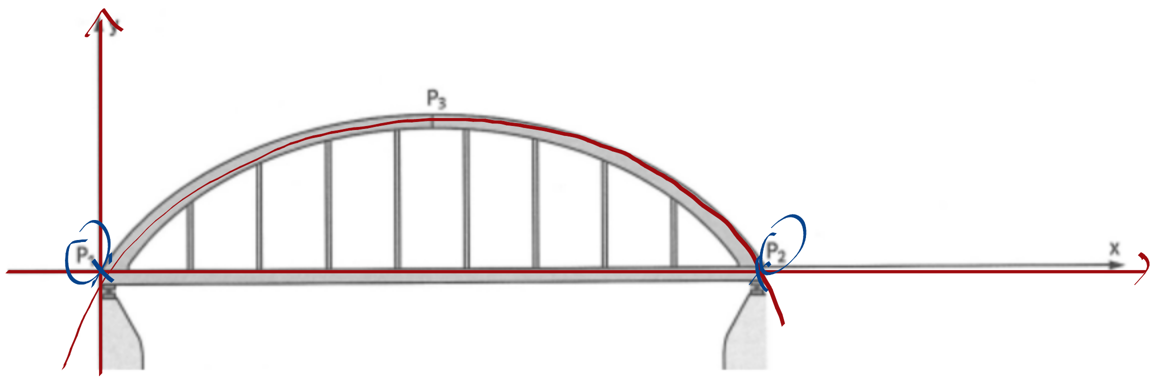
$$x_{1/2} \approx 1 \pm 9{,}85$$

$x_1 = 10{,}85$

$x_2 = -8{,}85$ (uninteressant, da in der falschen Spielfeldhälfte)

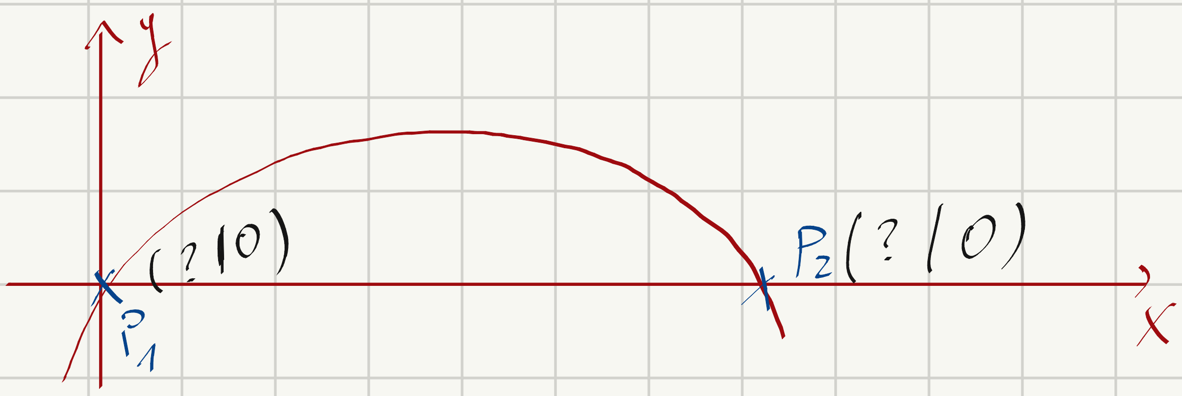
Antwort: Der Ball prallt ca 10,85 Meter hinter dem Netz auf dem Boden auf.

Der Brückenbogen dieser Brücke lässt sich durch die Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}007\,x^2 + 1{,}3x$ beschreiben (x und y in Metern).



a) Wie weit liegen die Fußpunkte P_1 und P_2 auseinander?

b) Wie hoch liegt der Punkt P_3 über der Fahrbahn?



$$f(x) = -0{,}007x^2 + 1{,}3x$$

$$0 = -0{,}007x^2 + 1{,}3x + 0 \quad \Big| :(-0{,}007)$$

$$0 = x^2 \underbrace{- \tfrac{1300}{7}}_{p}\,x \underbrace{+ 0}_{q}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-\frac{1300}{7}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{1300}{7}}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x_{1/2} = \frac{\frac{1300}{7}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{1300}{7}}{2}\right)^2 - 0}$$

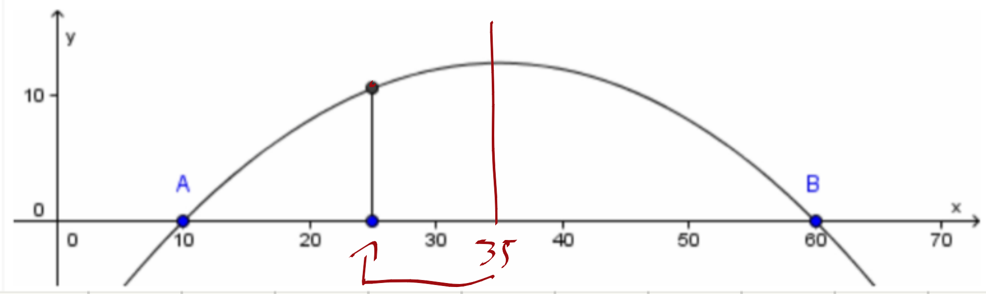
$$x_{1/2} = \frac{1300}{14} \pm \sqrt{\left(\frac{1300}{14}\right)^2 - 0}$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = \frac{1300}{7} \approx 185{,}71$$

Der Bogen einer parabelförmigen Hängebrücke lässt sich beschreiben durch die Funktion mit der Gleichung
$f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}4x - 12$

a) Bestimme, wie hoch die Brücke ist.
b) Berechne die Länge der Brücke zwischen den beiden Auflagepunkten A und B.
c) Berechne die Länge des Stützpfeilers, der 10m vom Brückenmittelpunkt entfernt ist.



a) $f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}4x - 12$

mit WTR: $SP(35/12{,}5)$

Antwort: Die Brücke ist 12,5m hoch.

b)
$$0 = -0{,}02x^2 + 1{,}4x - 12 \quad |:(-0{,}02)$$
$$0 = x^2 - 70x + 600$$
$$x_{1/2} = 35 \pm \sqrt{35^2 - 600}$$
$$x_{1/2} = 35 \pm 25$$
$$x_1 = 10$$
$$x_2 = 60$$

Distanz: $d = x_2 - x_1 = 60 - 10 = \underline{\underline{50}}$

Antwort: Die Distanz zwischen A und B beträgt genau 50 Meter.

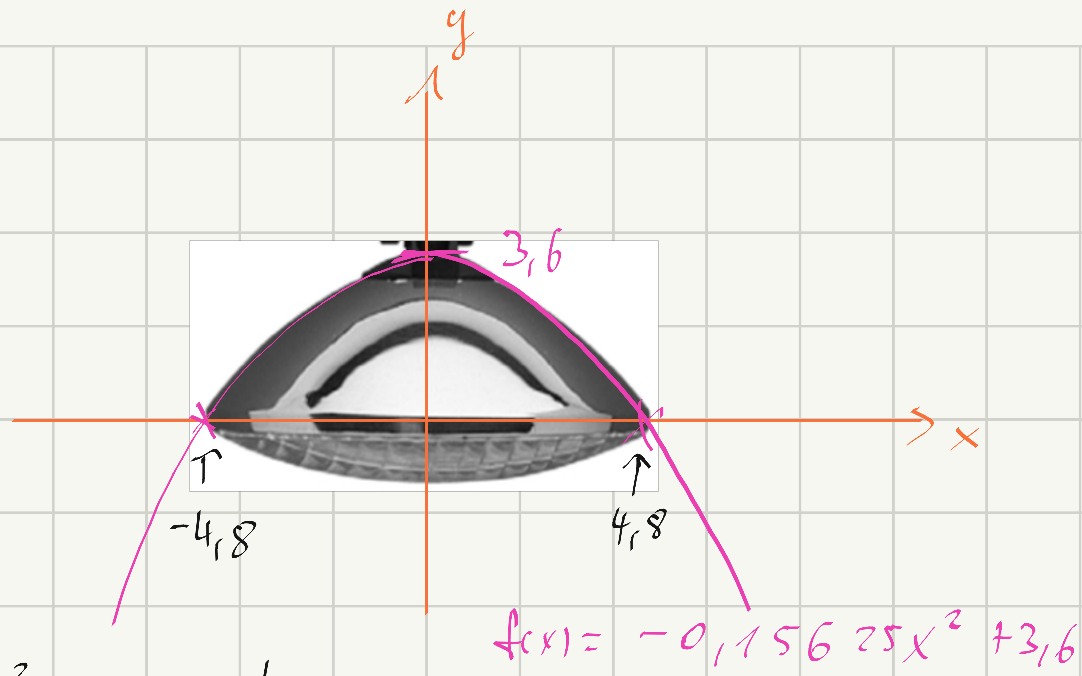
c) Brückenmittelpunkt: $x_{Sp} = 35$ [siehe a) $SP(35/12{,}5)$]

$$x_{Pfeiler} = 35 - 10 = \underline{\underline{25}}$$

$$f(25) = -0{,}02 \cdot 25^2 + 1{,}4 \cdot 25 - 12$$
$$f(25) = 10{,}5$$

Antwort: Der Pfeiler ist 10,5 Meter hoch.

Der Querschnitt einer Fahrradlampe bildet eine Parabel.
Die zugehörige Funktionsgleichung lautet $y = -0{,}15625\,x^2 + 3{,}6$.
Wie breit ist die Lampe?



$$0 = -0{,}15625x^2 + 3{,}6 \quad |:(-0{,}15625)$$

$$0 = x^2 \cancel{+ 0x} - 23{,}04$$

$$x_{1/2} = 0 \pm \sqrt{0^2 + 23{,}04}$$

$$x_{1/2} = 0 \pm 4{,}8$$

$$x_1 = -4{,}8$$

$$x_2 = 4{,}8$$

Distanz: $d = x_2 - x_1$

$= 4{,}8 - (-4{,}8) = \underline{\underline{9{,}6}}$

Antwort: Die Lampe ist 9,6 cm breit.

Der Kraftprotz Patrick P. nimmt an den Baumstammwurfmeisterschaften im Schottischen Hochland teil. Er schleudert mit dem Baumstamm die größte Weite. Wie flog der Baumstamm, wenn die Wurfparabel näherungsweise durch die Funktion y = -0,3x² + 2x + 0,75 beschrieben wird? Nach wie viel Metern erreicht er seinen höchsten Punkt? Wie hoch ist er dann?

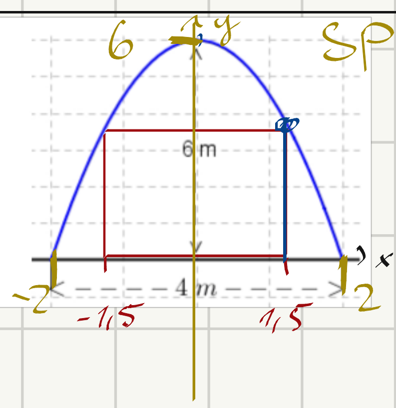
mit dem WTR den Scheitelpunkt bestimmen und dann die Fragen beantworten:

SP(x | y)

max Höhe:

wo max Höhe:

Eine Brückendurchfahrt hat die Form einer Parabel 2. Ordnung. Sie ist *6 m* hoch und *4 m* breit. Ein Fahrzeug ist *3 m* breit und *2,20 m* hoch.
Kann dieses Fahrzeug noch unter der Brücke durchfahren?



SP(0 | 6) ⟶

N(2 | 0)

$$f(x) = a\cdot(x-u)^2 + v$$

$$f(x) = a\cdot(x+0)^2 + 6$$

$$0 = a\cdot(2+0)^2 + 6$$

$$0 = 4\cdot a + 6 \quad |-6$$

$$-6 = 4\cdot a \quad |:4$$

$$-1{,}5 = a$$

$$f(x) = -1{,}5\cdot(x+0)^2 + 6$$

$$\boxed{f(x) = -1{,}5\cdot x^2 + 6}$$

$f(1{,}5) = \ldots\ldots = ?$

$$f(1{,}5) = -1{,}5\cdot 1{,}5^2 + 6$$

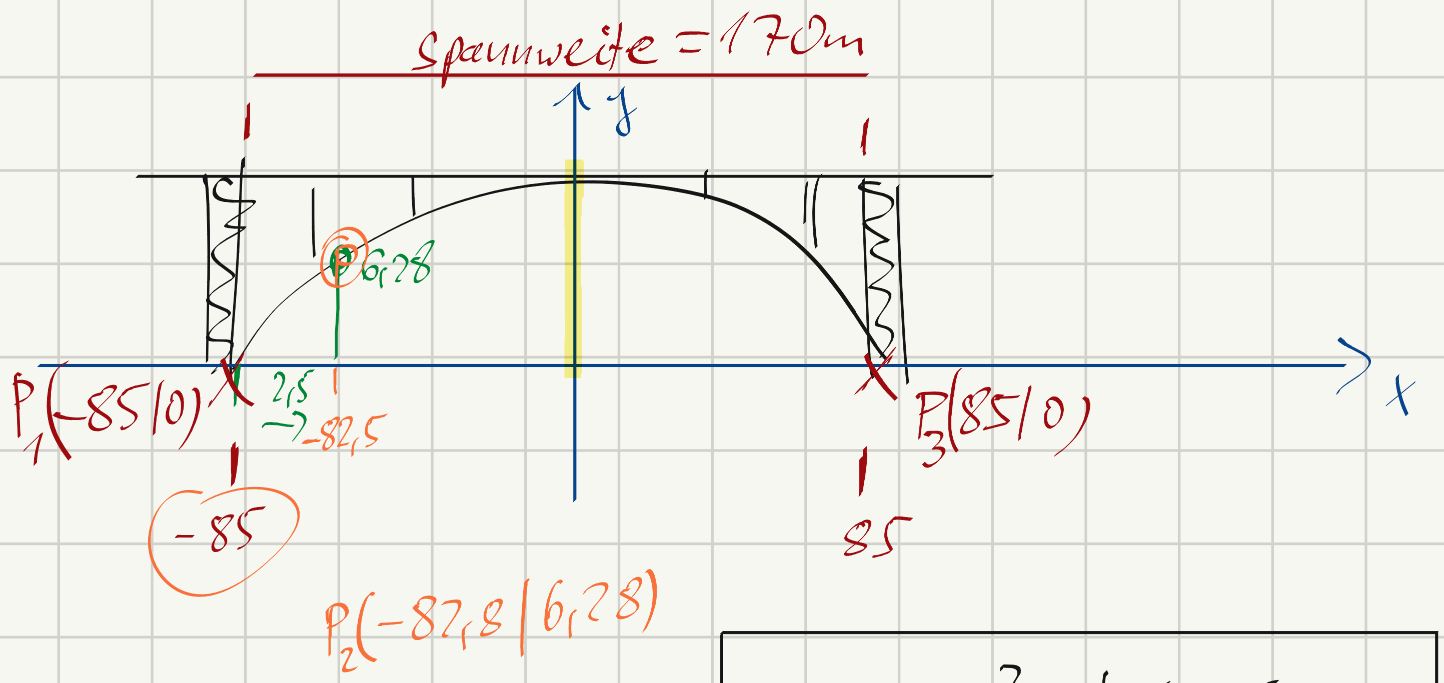
$$f(1{,}5) = 2{,}625$$

Höhe Auto:	$h = 2{,}2$
Höhe Brücke:	$f(1{,}5) = 2{,}625$

Antwort: Da $f(1{,}5) > h$, passt das Auto durch die Durchfahrt.

Der parabelförmige Brückenbogen einer Brücke hat eine Spannweite von *170* Metern. Im Abstand von *2,5* Meter zum Fußpunkt der Brücke ist der Brückenbogen *6,28* Meter hoch. Wie hoch ist der Brückenbogen?

? Eine Frage stellen...



$$\boxed{y = a \cdot x^2 + bx + c}$$

$P_1(-85|0)$

$P_2(-82,5|6,28)$

$P_3(85|0)$

$$\left|\begin{array}{l} 0 = a \cdot (-85)^2 + b \cdot (-85) + c \\ 6,28 = a \cdot (-82,5)^2 + b \cdot (-82,5) + c \\ 0 = a \cdot 85^2 + b \cdot 85 + c \end{array}\right|$$

$$\left|\begin{array}{l} 0 = 6724a - 85b + c \\ 6,28 = 6806,25a - 82,5b + c \\ 0 = 6724a + 85b + c \end{array}\right| \cdot (-1)$$

$$\left|\begin{array}{l} 0 = 6724a - 85b + c \\ -6,28 = -6806,25a + 82,5b - c \\ 0 = 6724a + 85b + c \end{array}\right| \begin{array}{l} (+) \\ (+) \end{array} \left|\begin{array}{l} -6,28 = -82,25 \cdot a - 2,5 \cdot b \\ -6,28 = -82,25a + 167,5b \end{array}\right| \cdot (-1)$$

$$(+)\left|\begin{array}{l} -6,28 = -82,25 \cdot a - 2,5 \cdot b \\ 6,28 = 82,25a - 167,5b \end{array}\right|$$

$$0 = 0 - 170b \quad |:170$$

$$\underline{0 = b}$$

$$-6,28 = -82,25 \cdot a - 2,5 \cdot 0$$

$$-6,28 = -82,25a \quad | :(-82,25)$$

$$\underline{0,07635 \approx a}$$