

# RECHNEN MIT KLAMMERN

Mal-Klammer:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot (+4a - 2c) \\ &= 3 \cdot 4 \cdot a + 3 \cdot (-2) \cdot c \\ &= \underline{12a - 6c} \end{aligned}$$

Der Faktor vor  
(oder hinter)  
einer Mal-Klammer  
gilt für ALLE  
in der Klammer  
befindlichen  
Glieder, die durch  
Strichrechnung  
gehört sind.

Plus-Klammer:

$$\begin{aligned} & 3 + (+4a - 2c) \\ &= \underline{3 + 4a - 2c} \end{aligned}$$

Zum  
Auflösen der  
Klammer,  
diese einfach  
weglassen.

Minus-Klammer:

$$\begin{aligned} & 3 - (+4a - 2c) \\ &= \underline{3 - 4a + 2c} \end{aligned}$$

Beim Auflösen  
der Minus-  
klammer  
müssen ALLE  
Vorzeichen  
vertauscht  
werden!

$$\text{a) } 2x + 4y = 2 \cdot (x + 2y)$$

$$\text{b) } 12a^2 + 15ab = 3a \cdot (4a + 5b)$$

$$\text{c) } 36y + 72xy = 36 \cdot y(1 + 2x)$$

$$\text{d) } 27x^2y^3z + 18xy^2z$$

$$\text{e) } 24a^2b^3 - 30ab^2 + 18a^2b$$

$$\text{d) } 9xy^2z \cdot (3xy + 2)$$

$$\text{e) } 6ab \cdot (4ab^2 - 5b + 3a)$$

Name: \_\_\_\_\_

# Ü B U N G

## - Termumformungen -

Löse alle Klammern auf und fasse soweit wie möglich zusammen:

a)  $5a - (-7b) + (-4a) = 5a + 7b - 4a = \underline{\underline{a + 7b}}$

b)  $2 \cdot (3a + b) = \underline{\underline{6a + 2b}}$

c)  $(x + 6) \cdot (y + 2) = \underline{\underline{xy + 2x + 6y + 12}}$

d)  $(-4u + v) + (8u + 5v) = -4u + v + 8u + 5v = \underline{\underline{4u + 6v}}$

e)  $19k - (7k - 2m) = 19k - 7k + 2m = \underline{\underline{12k + 2m}}$

f)  $3(4a - 5) - 7(2a - 3) = 12a - 15 - 14a + 21 = \underline{\underline{-2a + 6}}$

g)  $(a + 2)(a - 3) = a^2 - 3a + 2a - 6 = \underline{\underline{a^2 - a - 6}}$

h)  $4p - [(5q - 7) - (-3p + 8q)] - [9 + (-6p - 7q + 5)] =$   
 $4p - [5q - 7 + 3p - 8q] - [9 - 6p - 7q + 5]$   
 $= 4p - 5q + 7 - 3p + 8q - 9 + 6p + 7q - 5 = \underline{\underline{7p + 10q - 7}}$

# BINOMISCHE FORMELN

$$1) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot (a+b) &= a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} (a-b) \cdot (a-b) &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$3) (a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} (a+b) \cdot (a-b) &= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

# Aufgabenblatt „binomische Formeln“

1. binomische Formel:  $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

2. binomische Formel:  $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

3. binomische Formel:  $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

1. Berechnen Sie mit Hilfe der Binomischen Formeln.

a)  $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

b)  $(2a+3)^2 = 4a^2 + 12a + 9$

c)  $(4-3u)^2 = 16 - 24u + 9u^2$

d)  $(1+5x)^2 = 1 + 10x + 25x^2$

e)  $(4+2m)^2 = 16 + 16m + 4m^2$

f)  $(1-8u)^2 = 1 - 16u + 64u^2$

## 1. Aufgabe

a:  $(y+5)^2 = y^2 + 10y + 25$

b:  $(x-12)^2 = x^2 - 24x + 144$

c:  $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$

d:  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

e:  $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

f:  $(a+2b)(a-2b) = a^2 - 4b^2$

g:  $(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$

h:  $(5a-14b)^2 = 25a^2 - 140ab + 196b^2$

i:  $(0,2a-0,5)^2$

j:  $(x-9)(x+9)$

k:  $(1,5x+0,5y)(1,5x-0,5y)$

l:  $(4a+5)^2$

m:  $(0,1a+0,4b)^2$

n:  $(3-6a)^2$

o:  $(2-0,3x)^2$

p:  $(6a+5)(-5-6a)^2$

q:  $(\frac{1}{3}x + \frac{2}{7}y)(\frac{1}{3}x - \frac{2}{7}y)$

## Aufgabe 2: Faktorisieren Sie mittels einer binomischen Formel!

a)  $d^2 - 22d + 121 = (d - 11)^2$

b)  $25 - 10a + a^2 = (5 - a)^2$

c)  $36d^2 - 49 = (6d - 7) \cdot (6d + 7)$

d)  $a^2 - 8ay + 16y^2 = (a - 4y)^2$

e)  $16d^2 - 8de + e^2 = (4d - e)^2$

f)  $49a^2 - 25b^2 = (7a - 5b) \cdot (7a + 5b)$

$$a) u^2 + 2uw + w^2 = (u + w)^2$$

$$c) 9 - 48n + 64n^2 = (3 - 8n)^2$$

$$e) 9a^2 - 6ab + b^2 = (3a - b)^2$$

$$b) x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

$$d) m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2$$

$$f) 4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$$

### Aufgabe 3: Ergänze die fehlenden Terme!

$$a) (d + \underline{f})^2 = d^2 + \underline{2df} + f^2$$

$$b) (\underline{d} - 2)^2 = d^2 - 4d + \underline{4}$$

$$c) (7a - \underline{2c})^2 = \underline{49a^2} - 28ac + 4c^2$$

$$d) (a - \underline{3d})^2 = \underline{a^2} - 6ad + 9d^2$$

$$e) (2a - \underline{4b})^2 = 4a^2 - \underline{16ab} + 16b^2$$

$$f) (\underline{7a} + 4y)^2 = 49a^2 + \underline{56ay} + 16y^2$$

$$g) * (\underline{6a} - 3)^2 = \underline{36a^2} - 36a + 9$$

$$h) * (\underline{4a} + 9c)^2 = \underline{16a^2} + 72ac + 81c^2$$

$$i) (\underline{\quad} + \underline{\quad})^2 = \underline{\quad} + 3,2ab + 2,56b^2$$

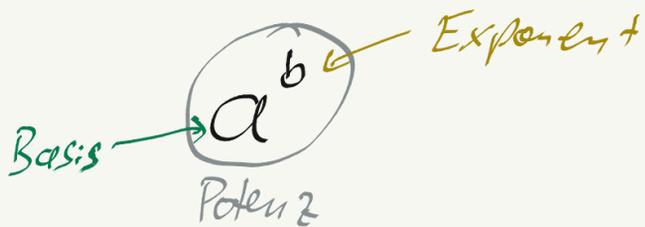
$$j) (2,2d + \underline{\quad})^2 = \underline{\quad} + 39,6dg + \underline{\quad}$$

$$(36a : 2) : 3 = 6a$$

$$(72ac : 2) : 9c$$

$$= 36ac : 9c = \frac{36ac}{9c} = 4a$$

# POTENZEN:



## Potenzgesetze:

I) Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Exponenten addiert:

Bsp:  $x^3 \cdot x^5 (= x^{3+5}) = \underline{x^8}$

Aufg.:

- |                                        |                                      |                                    |                                      |
|----------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. a) $3^4 \cdot 3^5 \cdot 3^2$        | b) $12^3 \cdot 12^5 \cdot 12^2$      | c) $x^3 \cdot x^2 \cdot x$         | d) $d^3 \cdot d^5 \cdot d^4$         |
| e) $k^3 \cdot k^5 \cdot m^2 \cdot m^7$ | f) $x^5 \cdot y^3 \cdot x^2 \cdot y$ | g) $a^2 \cdot b \cdot b^3 \cdot a$ | h) $p^4 \cdot q^6 \cdot p \cdot q^5$ |

a)  $3^{4+5+2} = \underline{3^{11}}$

b)  $12^{3+5+2} = \underline{12^{10}}$

c)  $x^{3+2+1} = \underline{x^6}$

c)  $x^{3+2+1} = \underline{x^6}$

d)  $d^{3+5+4} = \underline{d^{12}}$

e)  $k^{3+5} \cdot m^{2+7} = \underline{k^8 \cdot m^9}$

f)  $a^{2+1} \cdot b^{1+3} = \underline{a^3 \cdot b^4}$

g)  $a^{2+1} \cdot b^{1+3} = \underline{a^3 \cdot b^4}$

h)  $p^{4+1} \cdot q^{6+5} = \underline{p^5 \cdot q^{11}}$

II) Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert:

Bsp:  $x^6 : x^2 = \frac{x^6}{x^2} = x^{6-2} = \underline{x^4}$

a)  $\frac{5^8}{5^3}$

b)  $\frac{8^9}{8^3}$

c)  $\frac{12^{13}}{12^5}$

d)  $\frac{a^9}{a^5}$

e)  $\frac{y^7}{y^6}$

f)  $\frac{k^{23}}{k^{17}}$

a)  $5^{8-3} = \underline{5^5}$

b)  $8^{9-3} = \underline{8^6}$

c)  $12^{13-5} = \underline{12^8}$

d)  $a^{9-5} = \underline{a^4}$

e)  $y^{7-6} = \underline{y^1}$

f)  $k^{23-17} = \underline{k^6}$

III) Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert:

Bsp:  $(a^3)^5 = a^{3 \cdot 5} = \underline{\underline{a^{15}}}$

### Potenzen von Potenzen

1. a)  $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = \underline{\underline{2^6}}$     b)  $(4^2)^4 = 4^{2 \cdot 4} = \underline{\underline{4^8}}$     c)  $(0,2^2)^4 = 0,2^{2 \cdot 4} = \underline{\underline{0,2^8}}$     d)  $(10^3)^5 = \underline{\underline{10^8}}$   
 e)  $(a^5)^3 = a^{5 \cdot 3} = \underline{\underline{a^{15}}}$     f)  $(x^3)^m = \underline{\underline{x^{3 \cdot m}}}$     g)  $(a^m)^n = \underline{\underline{a^{mn}}}$     h)  $(y^{2a})^b = \underline{\underline{y^{2ab}}}$

2. a)  $(x^m)^{n+1} = x^{m \cdot (n+1)} = \underline{\underline{x^{mn+m}}}$     b)  $(a^y)^{x-1} = a^{y \cdot (x-1)} = \underline{\underline{a^{yx-y}}}$     c)  $(x^{a+3})^b = x^{(a+3) \cdot b} = \underline{\underline{x^{ab}}}$     d)  $(z^{n-3})^4 = \underline{\underline{z^{4n-12}}}$   
 e)  $(p^{2k+1})^3 = p^{(2k+1) \cdot 3} = \underline{\underline{p^{6k+3}}}$     f)  $(b^{n-4})^m = b^{(n-4) \cdot m} = \underline{\underline{b^{mn-4m}}}$     g)  $(y^p)^{q-2} = y^{p \cdot (q-2)} = \underline{\underline{y^{pq-2p}}}$     h)  $(k^{2m+3})^n = \underline{\underline{k^{2mn+3n}}}$

3. a)  $(x^2 y^3)^2$     b)  $(a^3 b)^5$     c)  $(d^5 e^3)^3$     d)  $(m^6 n^5)^8$   
 e)  $(a^3 b^4)^n$     f)  $(3x^5 y^2)^2$     g)  $(5a^2 b^7)^4$     h)  $5(m^4 n^5)^4$

# Gleichungen:

1.

a)  $3x + 5 = 23$

b)  $8x - 12 = 28$

c)  $10y + 23 = 3$

d)  $11 - 5z = 26$

e)  $4z - 9 = -2$

f)  $12y + 15 = 19$

g)  $80 - 12t = 38$

h)  $16 = 7z + 30$

① a)  $3x + 5 = 23 \quad | -5$   
 $3x = 18 \quad | :3$   
 $x = 6$   $\mathbb{L} = \{6\}$

b)  $8x - 12 = 28 \quad | +12$   
 $8x = 40 \quad | :8$   
 $x = 5$   $\mathbb{L} = \{5\}$

c)  $10y + 23 = 3 \quad | -23$   
 $10y = -20 \quad | :10$   
 $y = -2$   $\mathbb{L} = \{-2\}$

d)  $11 - 5z = 26 \quad | -11$   
 $-5z = 15 \quad | :(-5)$   
 $z = -3$

e)  $4z - 9 = -2 \quad | +9$   
 $4z = 7 \quad | :4$   
 $z = \frac{7}{4}$   $\mathbb{L} = \{\frac{7}{4}\}$

f)  $12y + 15 = 19 \quad | -15$   
 $12y = 4 \quad | :12$   
 $y = \frac{4}{12}$   
 $y = \frac{1}{3}$   $\mathbb{L} = \{\frac{1}{3}\}$

g)  $80 - 12t = 38 \quad | -80$   
 $-12t = -42 \quad | :(-12)$   
 $t = 3,5$   $\mathbb{L} = \{3,5\}$

h)  $16 = 7z + 30 \quad | -30$   
 $-14 = 7z \quad | :7$   
 $-2 = z$   $\mathbb{L} = \{-2\}$

2.

a)  $7x + 3 = 5x + 12$

b)  $6z + 8 = 11z - 7$

c)  $9y + 4 = 3y - 10$

d)  $100 - 7x = 13x$

e)  $0,9x + 5 = 1,2x - 3,4$

f)  $4,2t - 7 = 11 - 3,3t$

g)  $0,7y + 2,8 = 0,55y - 1,7$

h)  $0,5 - 1,7z = 0,74 + 2,3z$

$$\begin{array}{l} \text{a) } 7x + 3 = 5x + 12 \quad | -5x \\ 2x + 3 = 12 \quad | -3 \\ 2x = 9 \quad | :2 \\ \underline{x = 4,5} \quad \mathbb{L} = \{4,5\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{b) } 6z + 8 = 11z - 7 \quad | +7 \\ 6z + 15 = 11z \quad | -6z \\ 15 = 5z \quad | :5 \\ \underline{3 = z} \quad \mathbb{L} = \{3\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } 9y + 4 = 3y - 10 \quad | -4 \\ 9y = 3y - 14 \quad | -3y \\ 6y = -14 \quad | :6 \\ y = -\frac{14}{6} \\ \underline{y = -\frac{7}{3}} \quad \mathbb{L} = \{-\frac{7}{3}\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } 100 - 7x = 13x \quad | +7x \\ 100 = 20x \quad | :20 \\ \underline{5 = x} \quad \mathbb{L} = \{5\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{e) } 0,9x + 5 = 1,2x - 3,4 \quad | +3,4 \\ 0,9x + 8,4 = 1,2x \quad | -0,9x \\ 8,4 = 0,3x \quad | :0,3 \\ \underline{28 = x} \quad \mathbb{L} = \{28\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{f) } 4,2t - 7 = 11 - 3,3t \quad | +3,3t \\ 7,5t - 7 = 11 \quad | +7 \\ 7,5t = 18 \quad | :7,5 \\ \underline{t = 2,4} \quad \mathbb{L} = \{2,4\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{g) } 0,7y + 2,8 = 0,55y - 1,7 \quad | +1,7 \\ 0,7y + 4,5 = 0,55y \quad | -0,7y \\ 4,5 = -0,15y \quad | :(-0,15) \\ \underline{-30 = y} \quad \mathbb{L} = \{-30\} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{h) } 0,5 - 1,7z = 0,74 + 2,3z \quad | +1,7z \\ 0,5 = 0,74 + 4z \quad | -0,74 \\ -0,24 = 4z \quad | :4 \\ -\frac{3}{50} = z \\ \underline{-0,06 = z} \quad \mathbb{L} = \{-0,06\} \end{array}$$

4

- a)  $3(x + 7) = 4(2x - 1)$
- b)  $4(5x - 3) + 6 = 10$
- c)  $8(y + 10) - 30 = 5y$
- d)  $9(y - 5) = 4y - 10$
- e)  $3(6v + 4) = 9(2v - 3)$
- f)  $8(3 + 2z) - 3z = 5z - 8$
- g)  $5(y - 0,2) = 1,6(3y + 0,5)$
- h)  $4(9w - 11) - 12(3w - 4) = 4$

a)  $3(x + 7) = 4(2x - 1)$   
 $3x + 21 = 8x - 4 \quad | -3x$   
 $21 = 5x - 4 \quad | +4$   
 $25 = 5x \quad | :5$   
 $5 = x$   $\mathbb{L} = \{5\}$

b)  $4 \cdot (5x - 3) + 6 = 10$   
 $20x - 12 + 6 = 10$   
 $20x - 6 = 10 \quad | +6$   
 $20x = 16 \quad | :20$   
 $x = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$   $\mathbb{L} = \{\frac{4}{5}\}$

c)  $8(y + 10) - 30 = 5y$   
 $8y + 80 - 30 = 5y$   
 $8y + 50 = 5y \quad | -8y$   
 $50 = -3y \quad | :(-3)$   
 $-\frac{50}{3} = y$   $\mathbb{L} = \{-\frac{50}{3}\}$

d)  $9(y - 5) = 4y - 10$   
 $9y - 45 = 4y - 10 \quad | +45$   
 $9y = 4y + 35 \quad | -4y$   
 $5y = 35 \quad | :5$   
 $y = 7$   $\mathbb{L} = \{7\}$

e)  $3 \cdot (6v + 4) = 9 \cdot (2v - 3)$   
 $18v + 12 = 18v - 27 \quad | -18v$   
 $12 = -27$   
 $\downarrow$   
 $\mathbb{L} = \{\}$

f)  $8 \cdot (3 + 2z) - 3z = 5z - 8$   
 $24 + 16z - 3z = 5z - 8$   
 $24 + 13z = 5z - 8 \quad | -5z$   
 $24 + 8z = -8 \quad | -24$   
 $8z = -32 \quad | :8$   
 $z = -4$   $\mathbb{L} = \{-4\}$

g)  $5(y - 0,2) = 1,6(3y + 0,5)$   
 $5y - 1 = 4,8y + 0,8 \quad | -0,8$   
 $5y - 1,8 = 4,8y \quad | -5y$   
 $-1,8 = -0,2y \quad | :(-0,2)$   
 $9 = y$   $\mathbb{L} = \{9\}$

f)  $4 \cdot (9w - 11) - 12(3w - 4) = 4$   
 $36w - 44 - 36w + 48 = 4$   
 $4 = 4 \quad \checkmark$   
 $\mathbb{L} = \{\mathbb{R}\}$

4.  
 $13 - (5x + 2) + (x - 7) = 8x - 20$

5.  
 $5(2u - 3) + (4 - u)3 - 2(u + 7) = (2u - 4) + 2(6 - u)$

6.  
 $2[18 - 3(7x - 5)] = 3[(5x + 2(9 - 4x))]$

7.  
 $51a - 2\{3x + 5[2a - 3(2x - 7a) + 4x] - 3[(5x - 2a) - 2(3x + a)]\} = 72a - 3x$

8.  
 $0,3(4 - 5x) - 0,5(6 - 7x) + 0,7(8 - 9x) = 1,1 - 4x$

④  $13 - (5x + 2) + (x - 7) = 8x - 20$   
 $13 - 5x - 2 + x - 7 = 8x - 20$   
 $4 - 4x = 8x - 20$   $\quad | +4x$   
 $4 = 12x - 20$   $\quad | +20$   
 $24 = 12x$   $\quad | :12$   
 $\underline{\underline{2 = x}} \quad \quad \quad \underline{\underline{L = \{2\}}}$

⑤  $5(2u - 3) + (4 - u) \cdot 3 - 2(u + 7) = (2u - 4) + 2(6 - u)$   
 $10u - 15 + 12 - 3u - 2u - 14 = 2u - 4 + 12 - 2u$   
 $-17 + 5u = 8$   
 $5u = 25$   $\quad | :5$   
 $\underline{\underline{u = 5}} \quad \quad \quad \underline{\underline{L = \{5\}}}$

⑥  $2[18 - 3(7x - 5)] = 3[5x + 2(9 - 4x)]$   
 $2[18 - 21x + 15] = 3[5x + 18 - 8x]$   
 $2[33 - 21x] = 3[-3x + 18]$   
 $66 - 42x = -9x + 54$   $\quad | +42x$   
 $66 = 33x + 54$   $\quad | -54$   
 $12 = 33x$   $\quad | :33$   
 $\frac{12}{33} = x$   
 $\frac{4}{11} = x$

⑧

$0,3(4 - 5x) - 0,5(6 - 7x) + 0,7(8 - 9x) = 1,1 - 4x$   
 $1,2 - 1,5x - 3 + 3,5x + 5,6 - 6,3x = 1,1 - 4x$   
 $-4,3x + 3,8 = 1,1 - 4x$   $\quad | +4x$   
 $-0,3x + 3,8 = 1,1$   $\quad | -3,8$   
 $-0,3x = -2,7$   $\quad | :(-0,3)$   
 $\underline{\underline{x = 9}} \quad \quad \quad \underline{\underline{L = \{9\}}}$

⑦ **Lösungsschritte**

$51a - 2\{3x + 5[2a - 3(2x - 7a) + 4x] - 3[(5x - 2a) - 2(3x + a)]\} = 72a - 3x$

Entferne Klammern  
 Schreibe neu

$51a - 2\{3x + 5[2a - 6x + 21a + 4x] - 3[5x - 2a - 6x - 2a]\} = 72a - 3x$

Fasse die Terme mit gleichen Variablen mit Hilfe von Addition oder Subtraktion

$51a - 2\{3x + 5[23a - 2x] - 3[-x - 4a]\} = 72a - 3x$

Entferne Klammern

$51a - 2\{3x + 115a - 10x + 3x + 12a\} = 72a - 3x$

Fasse die Terme mit gleichen Variablen mit Hilfe von Addition oder Subtraktion

$51a - 2\{-4x + 127a\} = 72a - 3x$

Entferne Klammern

$51a + 8x - 254a = 72a - 3x$

Fasse die Terme mit gleichen Variablen mit Hilfe von Addition oder Subtraktion

$-203a + 8x = 72a - 3x$

Bewege Terme

$-203a - 72a = -3x - 8x$

Fasse die Terme mit gleichen Variablen mit Hilfe von Addition oder Subtraktion

$-275a = -11x$

Dividiere beide Seiten

$a = \frac{1}{25}x$

Schreibe in Parameterform

**Lösung**

$a = \frac{1}{25}x, x \in \mathbb{R}$

2a)

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$$

2b)

$$(2x - 5)(3x + 1) = (6x - 10)(x - 1)$$

2a)

$$56 - (7x - 9) = 9 + (11x - 3) - (6x + 13)$$

$$56 - 7x + 9 = 9 + 11x - 3 - 6x - 13$$

$$65 - 7x = -7 + 5x$$

$$72 - 7x = 5x$$

$$72 = 12x$$

$$\underline{\underline{6 = x}}$$

$$\mathbb{L} = \{6\}$$

$$\begin{array}{l} | +7 \\ | +7x \\ | :12 \end{array}$$

$$\underline{2b)} \quad (2x - 5) \cdot (3x + 1) = (6x - 10) \cdot (x - 1)$$

$$6x^2 + 2x - 15x - 5 = 6x^2 - 6x - 10x + 10 \quad | -6x^2$$

$$-13x - 5 = -16x + 10 \quad | +5$$

$$-13x = -16x + 15 \quad | +16x$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

$$| :3$$

$$\mathbb{L} = \{5\}$$

3b)

$$3b) \quad x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x)$$

3c)

$$(6x - 20)(8x - 4) = (12x - 20)(4x - 2)$$

3d)

$$(4x - 6)(3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2)(x - 5) + 4$$

$$3b) \quad x - [(4x + 4,5) + 3,5] = 2,5 - (3,5 - 4x)$$

$$x - [4x + 4,5 + 3,5] = 2,5 - 3,5 + 4x$$

$$x - [4x + 8] = -1 + 4x$$

$$x - 4x - 8 = -1 + 4x$$

$$-3x - 8 = -1 + 4x \quad | +3x$$

$$-8 = -1 + 7x \quad | +1$$

$$-7 = 7x \quad | :7$$

$$\underline{\underline{-1 = x}}$$

$$\mathbb{L} = \{-1\}$$

$$3d) \quad (4x - 6) \cdot (3x - 4) - 4x(x - 4) = (8x + 2) \cdot (x - 5) + 4$$

$$12x^2 - 16x - 18x + 24 - 4x^2 + 16x = 8x^2 - 40x + 2x - 10 + 4$$

$$8x^2 - 18x + 24 = 8x^2 - 38x - 6 \quad | -8x^2$$

$$-18x + 24 = -38x - 6 \quad | +18x$$

$$24 = -20x - 6 \quad | +6$$

$$30 = -20x \quad | :(-20)$$

$$\underline{\underline{-\frac{3}{2} = x}}$$

$$\underline{\underline{-1,5 = x}}$$

5.

$$a) \frac{3y+5}{2} = \frac{2y}{3}$$

$$b) \frac{x+5}{3} = \frac{3x}{4}$$

$$c) \frac{2x-5}{2} = \frac{4x-9}{5}$$

$$d) \frac{4x+30}{6} = \frac{9-x}{4}$$

$$e) \frac{2z+7}{5} = \frac{9-3z}{6}$$

$$a) \frac{(3y+5) \cdot \cancel{3} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot 3} = \frac{2y \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{3} \cdot 3} \quad | \cdot 2$$

$$(3y+5) \cdot 3 = 2y \cdot 2$$

$$9y+15 = 4y \quad | -9y$$

$$15 = -5y \quad | :(-5)$$

$$\underline{\underline{-3=y}}$$

$$b) \frac{(x+5) \cdot \cancel{3} \cdot 4}{\cancel{3} \cdot 4} = \frac{3x \cdot \cancel{3} \cdot 4}{\cancel{4} \cdot 4} \quad | \cdot 3$$

$$4 \cdot (x+5) = 9x$$

$$4x+20 = 9x \quad | -4x$$

$$20 = 5x \quad | :5$$

$$\underline{\underline{4=x}}$$

$$c) \frac{(2x-5) \cdot \cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 5} = \frac{(4x-9) \cdot \cancel{2} \cdot 5}{\cancel{5} \cdot 5} \quad | \cdot 2$$

$$5 \cdot (2x-5) = 2 \cdot (4x-9)$$

$$10x-25 = 8x-18 \quad | -8x$$

$$2x-25 = -18 \quad | +25$$

$$2x = 7 \quad | :2$$

$$\underline{\underline{x=3,5}}$$

$$d) \frac{(4x+30) \cdot \cancel{6} \cdot 4}{\cancel{6} \cdot 4} = \frac{(9-x) \cdot \cancel{6} \cdot 4}{\cancel{4} \cdot 4} \quad | \cdot 6$$

$$4 \cdot (4x+30) = 6 \cdot (9-x)$$

$$16x+120 = 54-6x \quad | +6x$$

$$22x+120 = 54 \quad | -120$$

$$22x = -66 \quad | :22$$

$$\underline{\underline{x=-3}}$$

$$e) \frac{(2z+7) \cdot \cancel{5} \cdot 6}{\cancel{5} \cdot 6} = \frac{(9-3z) \cdot \cancel{5} \cdot 6}{\cancel{6} \cdot 6} \quad | \cdot 5$$

$$6(2z+7) = 5 \cdot (9-3z)$$

$$12z+42 = 45-15z \quad | +15z$$

$$12z = 3-15z \quad | +15z$$

$$27z = 3$$

$$z = \frac{1}{9}$$

- 3.
- a)  $\frac{2x}{3} + 2 = 10$
  - b)  $\frac{3x}{5} - 5 = 7$
  - c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 25$
  - d)  $\frac{y}{3} + \frac{y}{4} + 15 = y$
  - e)  $\frac{z}{3} - \frac{z}{5} = 1$
  - f)  $\frac{u}{5} + 2 = \frac{u}{3} - 4$

a)  $\frac{2x}{3} + 2 = 10 \quad | \cdot 3$   
 $\frac{2x \cdot 3}{\cancel{3}} + 2 \cdot 3 = 10 \cdot 3$   
 $2x + 6 = 30 \quad | -6$   
 $2x = 24 \quad | :2$   
 $x = 12$

f)  $\frac{u}{5} + 2 = \frac{u}{3} - 4 \quad | \cdot 15$   
 $\frac{u \cdot 15}{5} + 2 \cdot 15 = \frac{u \cdot 15}{3} - 4 \cdot 15$   
 $3u + 30 = 5u - 60 \quad | +60$   
 $3u + 90 = 5u \quad | -3u$   
 $90 = 2u \quad | :2$   
 $45 = u$

11 Gib die Lösungsmengen der Gleichungen an.

- a)  $2x + (5 - x) = x - 3$  \_\_\_\_\_
- b)  $2x + (5 + x) = x - 3$  \_\_\_\_\_
- c)  $2x - (5 + x) = -2 + x - 3$  \_\_\_\_\_

11

a)  $2x + (5 - x) = x - 3$   
 $2x + 5 - x = x - 3$   
 $1x + 5 = x - 3 \quad | -x$   
 $5 = -3 \quad \nabla \quad \mathbb{L} = \{ \}$

b)  $2x + (5 + x) = x - 3$   
 $2x + 5 + x = x$   
 $3x + 5 = x \quad | -3x$   
 $5 = -2x \quad | :(-2)$   
 $-2,5 = x$

c)  $2x - (5 + x) = -2 + x - 3$   
 $2x - 5 - x = -2 + x - 3$   
 $x - 5 = x - 5 \quad | -x$   
 $-5 = -5 \quad \checkmark \quad \mathbb{L} = \{ \mathbb{R} \}$

12 Löse die folgenden Gleichungen. Führe eine Probe durch und gib die Lösungsmengen an.

- a)  $18 + (5x - 7) = 29 + 3x$  \_\_\_\_\_
- b)  $60 - (15 + 3n) = -3$  \_\_\_\_\_
- c)  $16x - (25x - 18) = 6x - (15x - 58)$  \_\_\_\_\_
- d)  $-2,5(4r + 8) = r(10 - 5)$  \_\_\_\_\_
- e)  $(3a - 5)^2 = 25 + 3a(3a - 10)$  \_\_\_\_\_
- f)  $80(x + 0,3) - 3(x - 16) = 226$  \_\_\_\_\_
- g)  $3(x + 7)^2 - 4x = 3x^2 + 10901$  \_\_\_\_\_

12 a)  $18 + (5x - 7) = 29 + 3x$   
 $18 + 5x - 7 = 29 + 3x \quad | -3x$   
 $11 + 2x = 29 \quad | -11$   
 $2x = 18 \quad | :2$   
 $x = 9 \quad \mathbb{L} = \{9\}$

b)  $60 - (15 + 3n) = -3$   
 $60 - 15 - 3n = -3$   
 $45 - 3n = -3 \quad | -45$   
 $-3n = -48 \quad | :(-3)$   
 $n = 16 \quad \mathbb{L} = \{16\}$

c)  $16x - (25x - 18) = 6x - (15x - 58)$   
 $16x - 25x + 18 = 6x - 15x + 58$   
 $-9x + 18 = -9x + 58 \quad | +9x$   
 $18 = 58 \quad \nabla \quad \mathbb{L} = \{ \}$

d)  $16x - (25x - 18) = 6x - (15x - 58)$   
 $16x - 25x + 18 = 6x - 15x + 58$   
 $-9x + 18 = -9x + 58 \quad | +9x$   
 $18 = 58 \quad \nabla \quad \mathbb{L} = \{ \}$

d)  $-2,5(4r + 8) = r(10 - 5)$   
 $-10r - 20 = 5r \quad | +10r$   
 $-20 = 15r \quad | :15$   
 $-\frac{20}{15} = r$   
 $-\frac{4}{3} = r \quad \mathbb{L} = \{ -\frac{4}{3} \}$

e)  $(3a - 5)^2 = 25 + 3a(3a - 10)$   
 $9a^2 - 30a + 25 = 25 + 9a^2 - 30a \quad | -9a^2$   
 $-30a + 25 = 25 - 30a \quad | +30a$   
 $25 = 25 \quad \checkmark \quad \mathbb{L} = \{ \mathbb{R} \}$

f)  $80(x + 0,3) - 3(x - 16) = 226$   
 $80x + 24 - 3x + 48 = 226$   
 $77x + 72 = 226 \quad | -72$   
 $77x = 154 \quad | :77$   
 $x = 2 \quad \mathbb{L} = \{2\}$

g)  $3(x + 7)^2 - 4x = 3x^2 + 10901$   
 $3(x^2 + 14x + 49) - 4x = 3x^2 + 10901$   
 $3x^2 + 42x + 147 - 4x = 3x^2 + 10901 \quad | -3x^2$   
 $38x + 147 = 10901 \quad | -147$   
 $38x = 10754 \quad | :38$   
 $x = 283 \quad \mathbb{L} = \{283\}$

# Ungleichungen:

$$3x - 7 > 5 \quad | +7$$

$$3x > 12 \quad | :3$$

$$\underline{x > 4}$$

$$\mathbb{L} = \{x > 4\}$$

(alle Zahlen größer als 4 lösen diese Ungleichung)

$$6x + 10 \leq -8 \quad | -10$$

$$6x \leq -18 \quad | :6$$

$$\underline{x \leq -3}$$

$$\mathbb{L} = \{x \leq -3\}$$

(alle Zahlen die kleiner oder gleich -3 lösen diese Ungleichung)

$$14 \geq 10 + 2x \quad | -10$$

$$4 \geq 2x \quad | :2$$

$$2 \geq x$$

$$\underline{x \leq 2}$$

$$\mathbb{L} = \{x \leq 2\}$$

(alle Zahlen die kleiner oder gleich 2 lösen diese Ungleichung)

$$8x + 2 > 4x \quad | -8x$$

$$2 > -4x \quad | :(-4)$$

$$-0,5 < x$$

$$x > -0,5$$

$$\mathbb{L} = \{x > -0,5\}$$

(alle Zahlen größer als -0,5 lösen diese Ungleichung)

$$2x - 8 \geq 6 - 4x \quad | +8$$

$$2x \geq 14 - 4x \quad | +4x$$

$$6x \geq 14 \quad | :6$$

$$x \geq \frac{14}{6}$$

$$\mathbb{L} = \{x \geq \frac{14}{6}\}$$

(alle Zahlen größer oder gleich  $\frac{14}{6}$  lösen diese Ungleichung)

$$8 - 3 \cdot (x - 4) \geq 2x + 4$$

$$8 - 3x + 12 \geq 2x + 4$$

$$-3x + 20 \geq 2x + 4 \quad | -2x$$

$$-5x + 20 \geq 4 \quad | -20$$

$$-5x \geq -16 \quad | :(-5)$$

$$x \leq \frac{16}{5}$$

$$\mathbb{L} = \{x \leq \frac{16}{5}\}$$

(alle Zahlen kleiner oder gleich  $\frac{16}{5}$  lösen diese Ungleichung)

## Regeln:

1) Es läuft alles genau wie bei Gleichungen.

2) Lösung immer so notieren, dass x links steht.

(Zur Not letzte Zeile konsequent rückwärts notieren)

3) Macht man Punktrechnung mit einer negativen Zahl, dreht sich das Logikzeichen um!  

## Lineare Gleichungen

1. Bestimme die Lösungsmenge.

(a)  $x + 7 = 10$

(d)  $x + 0,6 = 1,3$

(g)  $x - 5 = -5$

(b)  $x + 11 = 11$

(e)  $x + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

(h)  $x - 5 = 5$

(c)  $x + 25 = 11$

(f)  $x - 6 = 18$

(i)  $x - \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$

2. Bestimme die Lösungsmenge

(a)  $4x = 48$

(d)  $\frac{1}{7}x = -5$

(g)  $\frac{1}{2}v = \frac{3}{4}$

(b)  $7x = -56$

(e)  $\frac{1}{5}x = \frac{7}{10}$

(h)  $-\frac{7}{9}y = -\frac{14}{3}$

(c)  $-11x = -88$

(f)  $5u = -55$

(i)  $\frac{3}{4}x = -\frac{5}{8}$

3. Bestimme die Lösungsmenge

(a)  $3x + 11 = 20$

(d)  $5x + 43 = 13$

(g)  $5 = 4a - 19$

(b)  $9x - 7 = 11$

(e)  $-8x + 30 = 6$

(h)  $10 - \frac{1}{3}x = 6$

(c)  $17 - 2x = 27$

(f)  $\frac{1}{5}x - 5 = -12$

(i)  $72 - 8b = 64$

4. Bestimme die Lösungsmenge

(a)  $2x + 7x = 45$

(d)  $9x = 39 - 4x$

(b)  $5x - 3x = 18$

(e)  $8x + 3 = 5x + 24$

(c)  $7x = 4x + 15$

(f)  $21x + 17 = 2x + 72 + 8x$

5. Bestimme die Lösungsmenge

(a)  $16x + 19 = 5(4 + 3x)$

(e)  $4(y - 3) - 2y = 5(3y + 1)$

(b)  $3(17 + 8x) = 70x - 87$

(f)  $7(2z + 1) + 5z = 3(8z - 3)$

(c)  $15x + 7(8 + 3x) = 15x + 182$

(g)  $4x - 15(x - 1) = 2(6 - 3x)$

(d)  $7x + (x + 8) \cdot 3 = 4x$

(h)  $(4x - 3) \cdot 5 - 6x = -4(5 + 9x)$

## Wochenübung mit Klammern und Gleichungen

1. Vereinfache die Terme.

(a)  $\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$

(b)  $-\frac{2}{3}(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{1}{12}$

2. Löse erst die Klammern auf und fasse dann zusammen.

(a)  $75x - (18x - 9y) - (3y - 4x)$

(b)  $3a(7x - 5) + 2a(4 - 3x)$

3. Bestimme x.

(a)  $16x + 19 = 5(4 + 3x)$

(b)  $(4x - 3) \cdot 5 - 6x = -4(5 + 9x)$

4. Bestimme x.

(a)  $(x - 8)(x + 14) + 1 = (x + 3)(x + 2)$

(b)  $(x + 2)^2 - (x - 4)^2 = 11x - 8$

5. Bestimme die Lösungsmenge.

(a)  $(8 - x)(x + 7) = 52 - x^2$

(b)  $(x + 5)(x - 4) = x^2 - 15$

6. Bestimme die Lösungsmenge.

(a)  $(x - 3)^2 + 3(x - 9) = 7 - (x + 1)$

(b)  $(x + 2)^2 - 4(x - 1) = 8 - (x - 2)$

7. Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren.

(a)  $y = -x + 8$   
 $y = x - 2$

(b)  $x = 3y + 7$   
 $x = 5y + 15$

 Hinweis: Eine Aufgabe pro Tag beugt dem Vergessen vor. Alle Aufgaben am Sonntagabend zu machen ist Schwachsinn. Mach das nicht, Max. ;)

$$\textcircled{1} \text{ a) } x+7=10 \quad | -7 \\ x=3$$

$$\text{b) } x+11=11 \quad | -11 \\ x=0$$

$$\text{c) } x+25=11 \quad | -25 \\ x=-14$$

$$\text{d) } x+96=1,3 \quad | -96 \\ x=0,7$$

$$\text{e) } x + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \quad | \\ x + \frac{4}{6} = \frac{1}{6} \quad | -\frac{4}{6} \\ x = -\frac{3}{6} = -0,5$$

$$\text{f) } x-6=18 \quad | +6 \\ x=24$$

$$\text{g) } x-5=-5 \quad | +5 \\ x=0$$

$$\text{h) } x-5=5 \quad | +5 \\ x=10$$

$$\text{i) } x - \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \\ x - \frac{5}{6} = \frac{2}{6} \quad | +\frac{5}{6} \\ x = \frac{7}{6}$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } 4x=48 \quad | :4 \\ x=12$$

$$\text{b) } 7x=-56 \quad | :7 \\ x=-8$$

$$\text{c) } -11x=-88 \quad | :(-11) \\ x=8$$

$$\text{d) } \frac{1}{7}x=-5 \quad | : \frac{1}{7} \\ x=-35$$

$$\text{e) } \frac{1}{5}x = \frac{7}{10} \quad | : \frac{1}{5} \\ x = 3,5$$

$$\text{f) } 5u=-55 \quad | :5 \\ u=-11$$

$$\text{g) } \frac{1}{2}v = \frac{3}{4} \quad | : \frac{1}{2} \\ v=1,5$$

$$\text{h) } -\frac{7}{9}y = -\frac{14}{3} \quad | :(-\frac{7}{9}) \\ y = \frac{14}{3} \cdot \frac{9}{7} \\ y = 6$$

$$\text{i) } \frac{3}{4}x = -\frac{5}{8} \quad | : \frac{3}{4} \\ x = -\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{3} \\ x = -\frac{5}{6}$$

$$\textcircled{3} \text{ a) } 3x+11=20 \quad | -11 \\ 3x=9 \quad | :3 \\ x=3$$

$$\text{b) } 9x-7=11 \quad | +7 \\ 9x=18 \quad | :9 \\ x=2$$

$$\text{c) } 17-2x=27 \quad | -17 \\ -2x=10 \quad | :(-2) \\ x=-5$$

$$\text{d) } 5x+43=13 \quad | -43 \\ 5x=-30 \quad | :5 \\ x=-6$$

$$\text{e) } -8x+30=6 \quad | -30 \\ -8x=-24 \quad | :(-8) \\ x=3$$

$$\text{f) } \frac{1}{5}x-5=-12 \quad | +5 \\ \frac{1}{5}x=-7 \quad | : \frac{1}{5} \\ x=-35$$

$$\text{g) } 5=4a-19 \quad | +19 \\ 24=4a \quad | :4 \\ 6=a$$

$$\text{h) } 10 - \frac{1}{3}x = 6 \quad | -10 \\ -\frac{1}{3}x = -4 \quad | :(-\frac{1}{3}) \\ x=12$$

$$\text{i) } 72-8b=64 \quad | -72 \\ -8b=-8 \quad | :(-8) \\ b=1$$

$$\textcircled{4} \text{ a) } 2x + 7x = 45$$

$$9x = 45 \quad | :9$$

$$x = 5$$

$$\text{d) } 9x = 39 - 4x \quad | +4x$$

$$13x = 39 \quad | :13$$

$$x = 3$$

$$\text{b) } 5x - 3x = 18$$

$$2x = 18 \quad | :2$$

$$x = 9$$

$$\text{e) } 8x + 3 = 5x + 24 \quad | -3$$

$$8x = 5x + 21 \quad | -5x$$

$$3x = 21 \quad | :3$$

$$x = 7$$

$$\text{c) } 7x = 4x + 15 \quad | -4x$$

$$3x = 15 \quad | :3$$

$$x = 5$$

$$\text{f) } 21x + 17 = 2x + 72 + 8x$$

$$21x + 17 = 10x + 72 \quad | -10x$$

$$11x + 17 = 72 \quad | -17$$

$$11x = 55 \quad | :11$$

$$x = 5$$

$$\textcircled{5} \text{ a) } 16x + 19 = 5 \cdot (4 + 3x)$$

$$16x + 19 = 20 + 15x \quad | -19$$

$$16x = 1 + 15x \quad | -15x$$

$$x = 1$$

$$\text{e) } 4(y-3) - 2y = 5 \cdot (3y + 1)$$

$$4y - 12 - 2y = 15y + 5$$

$$2y - 12 = 15y + 5 \quad | -2y$$

$$-12 = 13y + 5 \quad | -5$$

$$-17 = 13y \quad | :13$$

$$-\frac{17}{13} = y$$

$$\text{b) } 3(17 + 8x) = 70x - 87$$

$$51 + 24x = 70x - 87 \quad | -24x$$

$$51 = 46x - 87 \quad | +87$$

$$138 = 46x \quad | :46$$

$$3 = x$$

$$\text{f) } 7 \cdot (2z + 1) + 5z = 3 \cdot (8z - 3)$$

$$14z + 7 + 5z = 24z - 9$$

$$19z + 7 = 24z - 9 \quad | +9$$

$$19z + 16 = 24z \quad | -19z$$

$$16 = 5z \quad | :5$$

$$\frac{16}{5} = z$$

$$\text{c) } 15x + 7 \cdot (8 + 3x) = 15x + 182 \quad x$$

$$15x + 56 + 21x = 15x + 182$$

$$56 + 36x = 15x + 182 \quad | -56$$

$$36x = 15x + 126 \quad | -15x$$

$$21x = 126 \quad | :21$$

$$x = 6$$

$$\text{g) } 4x - 15 \cdot (x - 1) = 2 \cdot (6 - 3x)$$

$$4x - 15x + 15 = 12 - 6x$$

$$-11x + 15 = 12 - 6x \quad | +6x$$

$$-5x + 15 = 12 \quad | -15$$

$$-5x = -3 \quad | :5$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\text{d) } 7x + (x + 8) \cdot 3 = 4x$$

$$7x + 3x + 24 = 4x$$

$$10x + 24 = 4x \quad | -10x$$

$$24 = -6x \quad | :(-6)$$

$$-4 = x$$

$$\text{h) } (4x - 3) \cdot 5 - 6x = -4 \cdot (5 + 9x)$$

$$20x - 15 - 6x = -20 - 36x$$

$$14x - 15 = -20 - 36x \quad | +36x$$

$$50x - 15 = -20 \quad | +15$$

$$50x = -5 \quad | :50$$

$$x = -0,1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ a) } 16x + 19 &= 5(4 + 3x) \\ 16x + 19 &= 20 + 15x & | -15x \\ x + 19 &= 20 & | -19 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (4x - 3) \cdot 5 - 6x &= -4 \cdot (5 + 9x) \\ 20x - 15 - 6x &= -20 - 36x \\ 14x - 15 &= -20 - 36x & | +36x \\ -22x - 15 &= -20 & | +15 \\ -22x &= -5 & | :(-22) \\ x &= \frac{5}{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \text{ a) } (x-8) \cdot (x+14) + 1 &= (x+3) \cdot (x+2) \\ x^2 + 14x - 8x - 112 + 1 &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ x^2 + 6x - 111 &= x^2 + 5x + 6 & | -x^2 \\ 6x - 111 &= 5x + 6 & | -5x \\ x - 111 &= 6 & | +111 \\ x &= 117 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x+1)^2 - (x-4)^2 &= 11x - 8 \\ x^2 + 4x + 4 - (x^2 - 8x + 16) &= 11x - 8 \\ x^2 + 4x + 4 - x^2 + 8x - 16 &= 11x - 8 \\ 12x - 12 &= 11x - 8 & | -11x \\ x - 12 &= -8 & | +12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \text{ a) } (8-x) \cdot (x+7) &= 52 - x^2 \\ 8x + 56 - x^2 - 7x &= 52 - x^2 & | +x^2 \\ x + 56 &= 52 & | -56 \\ x &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (x+5) \cdot (x-4) &= x^2 - 15 \\ x^2 - 4x + 5x - 20 &= x^2 - 15 \\ x^2 + x - 20 &= x^2 - 15 & | -x^2 \\ x - 20 &= -15 & | +20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

# BRUCHRECHNUNG

echter Bruch

$$\frac{3}{5}$$

unechter Bruch

$$\frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$$

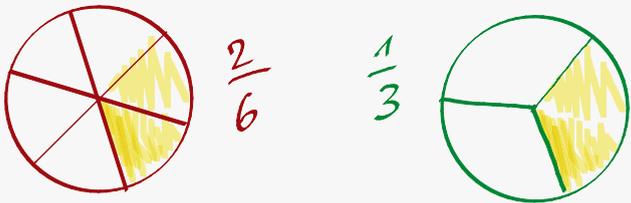
gemischter Bruch

$$2\frac{4}{9}$$

gemischten Bruch in unechten Bruch

$$2\frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{18 + 4}{9} = \frac{22}{9}$$

1) Brüche kürzen und erweitern:



Frage beim Kürzen: Gibt es eine Zahlenreihe im Ein-mal-Eins, wo Zähler und Nenner vorkommen?

Test für Bruch 1: 2 und 6 → beide in der

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

*(Note: A pink arrow points from the '2' in the numerator to the '2' in the denominator, and another pink arrow points from the '6' in the denominator to the '3' in the denominator, indicating division by 2.)*

Test für Bruch 2: 1 und 3 → beide nur in der 1er-Reihe



Brüche erweitern

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{12}{28}$$

( Brüche "gleichnamig" machen )

## 2) rechnen mit Brüchen:

### Brüche multiplizieren:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{11} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 11} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 11} = \frac{4}{11}$$

### Prinzip:

"Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner"

### Brüche dividieren:

$$\frac{6}{7} : \frac{15}{14} = \frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15} = \frac{6 \cdot 14}{7 \cdot 15} = \frac{2 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{4}{5}$$

### Prinzip:

- Immer vom hinteren Bruch den Kehrwert bilden!
- Dafür statt ":"-Zeichen ein "·"-Zeichen schreiben
- Dann genau wie bei "Brüche multiplizieren"

### Brüche addieren & subtrahieren:

Bsp. 1)  $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

Bsp. 2)  $\frac{2}{7} + \frac{4}{21} = \frac{6}{21} + \frac{4}{21} = \frac{6+4}{21} = \frac{10}{21}$

Bsp. 3)  $\frac{7}{9} - \frac{1}{3} = \frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{7-3}{9} = \frac{4}{9}$

### Prinzip:

Die Brüche müssen "gleichnamig" sein (die Nenner müssen gleich sein).

- Sind die Brüche gleichnamig, kann man die Zähler addieren/subtrahieren.
- Der gemeinsame Nenner bleibt unverändert

	7er-Reihe	21er-Reihe
Trick zum Gleichnamig machen (siehe Bsp. 2)	7	21
	14	42
	21	63
	28	84
	35	⋮
	42	⋮
	49	⋮
	⋮	⋮

# Lösungen Einzelarbeit "Üben für KA 2"

35	15
70	30
105	45
	60
	75
	90
	105

$$\textcircled{1} \text{ a) } 3\frac{3}{5} : 4\frac{2}{3} - \frac{8}{15} = \frac{18}{5} : \frac{14}{3} - \frac{8}{15} = \frac{9 \cdot 18}{5 \cdot 14} - \frac{8}{15} = \frac{3 \cdot 27}{5 \cdot 7} - \frac{8}{15} = \frac{27}{35} - \frac{8}{15} = \frac{81}{105} - \frac{56}{105} = \frac{25}{105} = \frac{5}{21}$$

$$\text{b) } \frac{4}{5} : 2 - \frac{2}{5} : 3\frac{1}{3} = \frac{4}{5} : \frac{2}{1} - \frac{2}{5} : \frac{10}{3} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 2} - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{2}{5} - \frac{3}{25} = \frac{10}{25} - \frac{3}{25} = \frac{7}{25}$$

$$\text{c) } 12\frac{3}{4} : 10\frac{1}{2} - \frac{2}{15} \cdot 2\frac{6}{7} = \frac{51}{4} : \frac{21}{2} - \frac{2}{15} \cdot \frac{20}{7} = \frac{51}{4} \cdot \frac{2}{21} - \frac{2}{15} \cdot \frac{20}{7} = \frac{17}{14} - \frac{8}{21} = \frac{51}{42} - \frac{16}{42} = \frac{35}{42} = \frac{5}{6}$$

$$\text{d) } 3 \cdot \left( 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{9} - \frac{5}{9} \right) = 3 \cdot \left( \frac{4}{3} + \frac{19}{9} - \frac{5}{9} \right) = 3 \cdot \left( \frac{12}{9} + \frac{19}{9} - \frac{5}{9} \right) = 3 \cdot \frac{26}{9} = \frac{26}{3}$$

$$\text{e) } \left( \frac{4}{7} - \frac{3}{14} \right) \cdot \left( \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \right) = \left( \frac{8}{14} - \frac{3}{14} \right) \cdot \left( \frac{5}{15} + \frac{9}{15} \right) = \frac{5}{14} \cdot \frac{14}{5} = 1$$

$$\text{f) } 2\frac{1}{5} \cdot \left( 1\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \right) = \frac{11}{5} \cdot \left( \frac{11}{6} + \frac{2}{3} \right) = \frac{11}{5} \cdot \left( \frac{11}{6} + \frac{4}{6} \right) = \frac{11}{5} \cdot \frac{15}{6} = \frac{33}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\text{g) } \frac{3}{10} : \left( 3\frac{3}{8} + 2\frac{1}{4} \right) = \frac{3}{10} : \left( \frac{27}{8} + \frac{9}{4} \right) = \frac{3}{10} : \left( \frac{27}{8} + \frac{18}{8} \right) = \frac{3}{10} : \frac{45}{8} = \frac{3}{10} \cdot \frac{8}{45} = \frac{4}{75}$$

$$\text{h) } 6\frac{2}{3} - \frac{2}{3} : \left( \frac{8}{9} + 1\frac{1}{2} \right) = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} : \left( \frac{8}{9} + \frac{3}{2} \right) = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} : \left( \frac{16}{18} + \frac{27}{18} \right) = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} : \frac{43}{18} = \frac{20}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{18}{43} = \frac{20}{3} - \frac{12}{43} = \frac{860}{129} - \frac{36}{129} = \frac{824}{129}$$

2

a)  $x + 17 = 21 \quad | -17$

$x = 4$

Probe:  $4 + 17 = 21$   
 $21 = 21 \checkmark$

$\mathbb{L} = \{4\}$

c)  $14 + 2x = 11 - 7x \quad | -11$

$3 + 2x = -7x \quad | -2x$

$3 = -9x \quad | :(-9)$

$-\frac{1}{3} = x$

Probe:

$14 + 2 \cdot (-\frac{1}{3}) = 11 - 7 \cdot (-\frac{1}{3})$

$14 - \frac{2}{3} = 11 + \frac{7}{3} \quad | +\frac{2}{3}$

$14 = 11 + \frac{9}{3}$

$14 = 11 + 3$

$14 = 14 \checkmark$

$\mathbb{L} = \{-\frac{1}{3}\}$

b)  $64 + x = 89 \quad | -64$

$x = 25$

Probe:  $64 + 25 = 89$   
 $89 = 89 \checkmark$

$\mathbb{L} = \{25\}$

d)  $13 - (5x + 2) + (x - 7) = 8x - 20$

$13 - 5x - 2 + x - 7 = 8x - 20$

$-4x + 4 = 8x - 20 \quad | +4x$

$4 = 12x - 20 \quad | +20$

$24 = 12x \quad | :12$

$2 = x$

Probe:  $13 - (5 \cdot 2 + 2) + (2 - 7) = 8 \cdot 2 - 20$

$13 - (12) + (-5) = 16 - 20$

$-4 = -4 \checkmark$

e)  $17 \cdot (2 - 3t) - 8 \cdot (1 - 7t) = 5 \cdot (t + 12)$

$34 - 51t - 8 + 56t = 5t + 60$

$5t + 26 = 5t + 60 \quad | -5t$

$26 = 60 \quad \downarrow$

$\mathbb{L} = \{\}$

$$f) 2 \cdot [18 - 3(7x - 5)] = 3 \cdot [(5x + 2 \cdot (9 - 4x))] \quad \leftarrow \text{fehlt auf Aufgabenblatt}$$

$$2 \cdot [18 - 21x + 15] = 3 \cdot [5x + 18 - 8x]$$

$$2 \cdot [33 - 21x] = 3 \cdot [-3x + 18]$$

$$66 - 42x = -9x + 54 \quad | +42x$$

$$66 = 33x + 54 \quad | -54$$

$$12 = 33x \quad | :33$$

$$\frac{12}{33} = x$$

$$\underline{\underline{\frac{4}{11} = x}}$$

Probe:  $2 \cdot [18 - 3 \cdot (7 \cdot \frac{4}{11} - 5)] = 3 \cdot [(5 \cdot \frac{4}{11} + 2 \cdot (9 - 4 \cdot \frac{4}{11}))]$

$$2 \cdot [18 - 3 \cdot (\frac{28}{11} - 5)] = 3 \cdot [(\frac{20}{11} + 2 \cdot (9 - \frac{16}{11}))]$$

$$2 \cdot [18 - 3 \cdot (\frac{28}{11} - \frac{55}{11})] = 3 \cdot [(\frac{20}{11} + 2 \cdot (\frac{99}{11} - \frac{16}{11}))]$$

$$2 \cdot [18 - 3 \cdot (-\frac{27}{11})] = 3 \cdot [\frac{20}{11} + 2 \cdot \frac{83}{11}]$$

$$2 \cdot [\frac{198}{11} + \frac{81}{11}] = 3 \cdot [\frac{20}{11} + \frac{166}{11}]$$

$$2 \cdot \frac{279}{11} = 3 \cdot \frac{186}{11}$$

$$\frac{558}{11} = \frac{558}{11} \quad \checkmark$$

Zu  
rechtbar  
für  
die  
Arbeit?

$$g) (x+2)^2 = (x+6) \cdot (x-6)$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 - 36 \quad | -x^2$$

$$4x + 4 = -36 \quad | -4$$

$$4x = -40 \quad | :4$$

$$\underline{\underline{x = -10}}$$

Probe:

$$(-10+2)^2 = (-10+6) \cdot (-10-6)$$

$$(-8)^2 = -4 \cdot (-16)$$

$$64 = 64 \quad \checkmark$$

3

$$\begin{aligned} \text{a) } 4x + 19 < x + 4 & \quad | -4 \\ 4x + 15 < x & \quad | -4x \\ 15 < -3x & \quad | : (-3) \\ -5 > x & \\ x < -5 & \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{x < -5\}}}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 17 - 3x & \geq 5x - 39 & | +3x \\ 17 & \geq 8x - 39 & | +39 \\ 56 & \geq 8x & | : 8 \\ 7 & \geq x \\ x & \leq 7 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{x \leq 7\}}}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3x + 7 & > 1 + 3x & | -3x \\ 7 & > 1 & \checkmark \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{ \mathbb{R} \}}}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 5 - x & \leq -x - 5 & | +x \\ 5 & \leq -5 & \downarrow \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{ \}}}$$

$$\text{e) } 3x - (17 - x) < 1 + 10 \cdot (1 - x)$$

$$3x - 17 + x < 1 + 10 - 10x$$

$$4x - 17 < 11 - 10x \quad | +11$$

$$4x - 28 < -10x \quad | +4x$$

$$-28 < -14x \quad | : (-14)$$

$$2 > x$$

$$x < 2$$

$$\underline{\underline{\mathbb{L} = \{x < 2\}}}$$

④ a)  $\frac{2}{3} + x = \frac{11}{12} \quad | -\frac{2}{3}$

$$x = \frac{11}{12} - \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4}$$

$$x = \frac{11}{12} - \frac{8}{12}$$

$$x = \frac{3}{12}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{1}{4} \right\}$$

b)  $x - \frac{5}{27} = \frac{5}{18} \quad | +\frac{5}{27}$

$$x = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 18} + \frac{5 \cdot 2}{27 \cdot 2}$$

$$x = \frac{15}{54} + \frac{10}{54}$$

$$x = \frac{25}{54}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{25}{54} \right\}$$

c)  $x + \frac{3}{5} = -\frac{3}{20}$

$$x + \frac{12}{20} = -\frac{3}{20} \quad | -\frac{12}{20}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 4}$$

$$x = -\frac{3}{4}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$$

d)  $\frac{2}{21} - x = \frac{5}{14} \quad | -\frac{2}{21}$

$$-x = \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 14} - \frac{2 \cdot 1}{21 \cdot 2}$$

$$-x = \frac{15}{42} - \frac{4}{42}$$

$$-1x = \frac{11}{42} \quad | :(-1)$$

$$x = -\frac{11}{42}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{11}{42} \right\}$$

e)  $\frac{7}{24} \cdot x = \frac{21}{48} \quad | :\frac{7}{24}$

$$x = \frac{21}{48} : \frac{7}{24}$$

$$x = \frac{3 \cdot 7}{48} \cdot \frac{24 \cdot 1}{7 \cdot 1}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

f)  $\frac{49}{18} \cdot x = \frac{7}{6} \quad | :\frac{49}{18}$

$$x = \frac{7}{6} : \frac{49}{18}$$

$$x = \frac{7 \cdot 1}{6 \cdot 1} \cdot \frac{18 \cdot 3}{49 \cdot 7}$$

$$x = \frac{3}{7}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ \frac{3}{7} \right\}$$

g)  $\frac{15}{16} x = -\frac{3}{8} \quad | :\frac{15}{16}$

$$x = -\frac{3}{8} : \frac{15}{16}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 1} \cdot \frac{16 \cdot 2}{15 \cdot 5}$$

$$x = -\frac{2}{5}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{2}{5} \right\}$$

h)  $2x = -\frac{12}{7} \quad | :2$

$$x = -\frac{12}{7} : \frac{2}{1}$$

$$x = -\frac{6 \cdot 2}{7 \cdot 1} \cdot \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

$$x = -\frac{6}{7}$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -\frac{6}{7} \right\}$$

i)  $-\frac{7}{12} x = \frac{14}{3} \quad | :(-\frac{7}{12})$

$$x = \frac{14}{3} : (-\frac{7}{12})$$

$$x = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 1} \cdot (-\frac{12 \cdot 4}{7 \cdot 1})$$

$$x = -\frac{8}{1}$$

$$x = -8$$

$$\mathbb{L} = \left\{ -8 \right\}$$

## FACHBEGRIFFE BEI GRUNDRECHENARTEN

ADDITION (= addieren) ⊕

"vermehrten" "dazu zählen"

$$1. \text{ Summand} + 2. \text{ Summand} = \text{Summe}$$

SUBTRAKTION (= subtrahieren) ⊖

"vermindern" "abziehen"

$$\text{Subtrahend} - \text{Minuend} = \text{Differenz}$$

MULTIPLIKATION (= multiplizieren) ⊙

"vervielfachen" "malnehmen"

$$1. \text{ Faktor} \cdot 2. \text{ Faktor} = \text{Produkt}$$

DIVISION (= dividieren) ⋔

"teilen"

$$\text{Divident} : \text{Divisor} = \text{Quotient}$$

$$\frac{\text{Divident}}{\text{Divisor}} = \text{Quotient}$$

## Übungen: Lineare Gleichungen (Textaufgaben)

1. Wenn man zum Drittel einer Zahl ein Viertel derselben Zahl addiert, erhält man 70.
2. Wenn man vom Viertel einer Zahl ein Fünftel derselben Zahl subtrahiert, so ergibt sich 4.
3. Wenn man zu einer Zahl ihr Viertel und ihr Achtel addiert, erhält man 44.
4. Die Summe aus der Hälfte, dem Drittel und dem Viertel einer Zahl ist um 5 größer als die Zahl.
5. Die Summe aus dem Drittel, dem Viertel und dem Neuntel einer Zahl ist um 22 kleiner als die Zahl.
6. Das Vierfache einer Zahl ist um 30 größer als ein Viertel der Zahl.
7. Das 7-fache und das Siebentel einer Zahl geben zusammen 100.
8. Die Zahl 30 soll in drei Summanden zerlegt werden, so dass jeder Summand um 3 kleiner als der vorige ist.
9. Die Zahl 120 soll in vier Summanden zerlegt werden, so dass jeder Summand das Doppelte des vorigen ist.
10. Gib zu einer Zahl zwei Drittel ihrer selbst hinzu und nimm vom Ergebnis ein Drittel weg, so bleibt 10. (Ägypten)

⑥ Vierfache ✓  $\cdot 4$   
 um 30 größer ✓  $+ 30$   
 Viertel ✓  $\frac{1}{4}$

$$4 \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x + 30 \quad | -\frac{1}{4}x$$

$$3,75x = 30 \quad | : 3,75$$

$$\underline{\underline{x = 8}}$$

⑦ siebenfache ✓  $\cdot 7$   
 Siebentel ✓  $\frac{1}{7}$   
 "geben zusammen" ✓  $(+)$

$$7x + \frac{1}{7}x = 100$$

$$7\frac{1}{7}x = 100 \quad | : 7\frac{1}{7}$$

$$\underline{\underline{x = 14}}$$

③ Viertel der Zahl  $\frac{1}{4}$   
 Achtel der Zahl  $\frac{1}{8}$

$$1x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x = 44$$

$$\frac{11}{8}x = 44 \quad | : \frac{11}{8}$$

$$\underline{\underline{x = 32}}$$

①

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 70$$

$$\frac{7}{12}x = 70 \quad | : \frac{7}{12}$$

$$x = 120$$

②

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{5}x = 4$$

$$\frac{1}{20}x = 4 \quad | : \frac{1}{20}$$

$$x = 80$$

## Gleichungen (Zahlenrätsel)

## Gleichungen (Altersrätsel)

- 1.) Wenn man eine Zahl mit 7 multipliziert und dann 10 addiert, erhält man Dasselbe, als wenn man die Zahl mit 9 multipliziert. Wie heißt die Zahl?
- 2.) Wenn man eine Zahl mit 8 multipliziert und 12 subtrahiert, erhält man 60. Welche Zahl ist es?
- 3.) Wenn man eine Zahl durch 3 dividiert, erhält man Dasselbe, als wenn man 7 von 18 subtrahiert. Wie heißt die Zahl?
- 4.) Ich denke mir eine Zahl, multipliziere sie mit (-7), subtrahiere 44 und erhalte 47. Wie heißt meine Zahl?
- 5.) Das Produkt aus einer Zahl und 7 ist genauso groß wie die Differenz von 32 und der Zahl. Welche Zahl ist es?
- 6.) Der Quotient aus 200 und einer Zahl ist genauso groß wie das Produkt aus 4 und 5. Wie heißt die Zahl?
- 7.) Die Summe zweier aufeinander folgender Zahlen ist 79. Um welche Zahlen handelt es sich?
- 8.) Die Summe dreier aufeinander folgender Zahlen ist 138. Welche Zahlen sind gemeint?

- 1.) Lea ist fünf Jahre älter als Jannis. Zusammen sind sie 21 Jahre alt. Wie alt ist Jannis, wie alt ist Lea?
- 2.) Toms Vater ist dreimal so alt wie Tom. Zusammen sind sie 52 Jahre alt. Wie alt ist Tom, wie alt ist sein Vater?
- 3.) Herr Müller ist doppelt so alt wie seine Tochter. Zusammen sind sie 81 Jahre alt. Wie alt ist die Tochter, wie alt der Vater?
- 4.) Lisa ist drei Jahre jünger als ihre Schwester Marie. Zusammen sind sie 19 Jahre alt. Finde das Alter der beiden Kinder heraus.
- 5.) Herr Krüger ist zehnmal so alt wie sein Enkel Finn. In vier Jahren sind sie zusammen 85 Jahre alt. Wie alt sind die Beiden?
- 6.) Frau Mertens ist dreimal so alt wie ihr Sohn Lars. In 14 Jahren ist sie nur noch doppelt so alt wie ihr Sohn. Wie alt ist Lars, wie alt seine Mutter?
- 7.) Heute ist Frau Meier dreimal so alt wie Jasmin. Vor fünf Jahren waren beide zusammen 50 Jahre alt. Wie alt sind die Beiden heute?
- 8.) Ein Vater ist dreimal so alt wie seine Tochter. In sechs Jahren wird er fünfmal so alt sein, wie die Tochter vor sechs Jahren war.

$$\begin{aligned}
 1.) \quad x \cdot 7 + 10 &= x \cdot 9 \\
 7x + 10 &= 9x \quad | -7x \\
 10 &= 2x \quad | :2 \\
 \underline{\underline{5}} &= x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.) \quad x \cdot 8 - 12 &= 60 \quad | +12 \\
 8x &= 72 \quad | :8 \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{9}}
 \end{aligned}$$

$$3.) \quad \frac{x \cdot 1}{3} = 18 - 7$$

$$\begin{aligned}
 x \cdot \frac{1}{3} &= 11 \quad | : \frac{1}{3} \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{33}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4.) \quad -7 \cdot x - 44 &= 47 \quad | +44 \\
 -7 \cdot x &= 91 \quad | : (-7) \\
 \underline{\underline{x}} &= \underline{\underline{-13}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1.) \quad \text{Lea: } x \quad (12) \\
 \text{Jannis: } x-5 \quad (8) \quad \parallel \quad x + x-5 = 21 \\
 \text{Antwort: Lea ist } 13 \text{ und Jannis } 8 \text{ Jahre alt.} \\
 2x - 5 = 21 \quad | +5 \\
 2x = 26 \quad | :2 \\
 \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{13}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.) \quad \text{Tom: } x \\
 \text{Vater: } 3x \quad \parallel \quad x + 3x = 52 \\
 \text{Antwort: Tom ist } 13 \text{ und sein Vater } 39 \text{ Jahre alt.} \\
 4x = 52 \quad | :4 \\
 \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{13}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.) \quad \text{Tochter: } x \\
 \text{Herr Müller: } 2x \quad \parallel \quad x + 2x = 81 \\
 \text{Antwort: Tochter } 27 \text{ Müller } 54 \\
 3x = 81 \quad | :3 \\
 \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{27}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4.) \quad \text{Lisa: } x \\
 \text{Schwester: } x+3 \quad \parallel \quad x + x+3 = 19 \\
 \text{Antwort: Lisa ist } 8 \text{ u. ihre Schwester ist } 11. \\
 2x + 3 = 19 \quad | -3 \\
 2 \cdot x = 16 \quad | :2 \\
 \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{8}}
 \end{aligned}$$

Antwort: Lisa ist 8  
u. ihre Schwester ist 11.

5)  $x \cdot 7 = 32 - x$   
 $7x = 32 - x \quad | +x$   
 $8x = 32 \quad | :8$   
 $x = 4$

6)  $\frac{200}{x} = 4 \cdot 5$   
 $\frac{200}{x} = 20 \quad | \cdot x$   
 $200 = 20 \cdot x \quad | :20$   
 $10 = x$

7)  $x + (x+1) = 79$   
 $x + x + 1 = 79$   
 $2x + 1 = 79 \quad | -1$   
 $2x = 78 \quad | :2$   
 $x = 39$

Zahl 1: 39  
 Zahl 2: 40

8)  $x + (x+1) + (x+2) = 138$   
 $x + x + 1 + x + 2 = 138$   
 $3x + 3 = 138 \quad | -3$   
 $3x = 135 \quad | :3$   
 $x = 45$

Zahl 1: 45  
 Zahl 2: 46  
 Zahl 3: 47

5) Finn:  $x \xrightarrow{\text{in 4 Jahren}} (x+4)$   
 H. Krüger:  $10x \xrightarrow{\text{in 4 Jahren}} (10x+4)$   
 $(x+4) + (10x+4) = 95$   
 $x+4 + 10x+4 = 95$   
 $11x + 8 = 95 \quad | -8$   
 $11x = 87 \quad | :11$   
 Antwort: Finn ist  $x = 7$   
 7 und  
 sein opa  
 ist 70.

6) Lars:  $x \xrightarrow{+14 \text{ Jahre}} x+14$   
 Mutter:  $3x \xrightarrow{+14 \text{ Jahre}} 3x+14$   
 $2 \cdot (x+14) = 3x+14$   
 $2x+28 = 3x+14 \quad | -14$   
 $2x+14 = 3x \quad | -2x$   
 $14 = x$

Antwort: Lars ist 14  
 Mutti ist 42

7) Jasmin:  $x - 5$   
 Fr. Meier:  $3x - 5$   
 $(x-5) + (3x-5) = 50$   
 $x-5 + 3x-5 = 50$   
 $4x - 10 = 50 \quad | +10$   
 $4x = 60 \quad | :4$   
 $x = 15$   
 Antwort: Jasmin ist 15 und Fr.  
 Meier ist 45 Jahre alt.

8) Tochter:  $x$   
 Vater:  $3x$   
 Probe:  $3x+6 = 5 \cdot (x-6)$   
 $3x+6 = 5x-30 \quad | -3x$   
 $6 = 2x-30 \quad | +30$   
 $36 = 2x \quad | :2$   
 $18 = x$   
 Antwort: Heute ist die Tochter 18  
 und ihr Vater 54 Jahre alt.

	vor 6 Jahren	heute	in 6 Jahren
Tochter	12	18	24
Vater	48	54	60

*(Note: A green arrow points from 18 to 60 with the number 5 written below it, indicating the age difference.)*

# LINEARE FUNKTIONEN:

 [www.fit-in-mathe-online.de](http://www.fit-in-mathe-online.de)  
(bei „suchen“ den Begriff „lineare Funktionen“ eintippen)

 <https://matheportal.com>

[www.mathaddict.de](http://www.mathaddict.de)

## 2. lineare Funktionen

2.1 Besonderheiten linearer Funktionen D ✓

2.2 lineare Funktionen ablesen und zeichnen D  ablesen G2-⑧ zeichnen G1-②

2.3 Punkte mit Hilfe einer Funktion vervollständigen und Punktprobe durchführen D P  Punktprobe G1-① Punktvervollst. 

2.4 Achsenschnittpunktberechnung bei Geraden linearer Funktionen D P  "Schnittpunkte von Geraden" ①  Journal S.36 (pdf: 4)

2.5 lineare Funktionen rechnerisch ermitteln aus... P

2.5.1 ... zwei gegebenen Punkten D  "lineare Funktionen I" ②

→ 2.5.2 ... einem gegebenem Punkt und gegebener Steigung D  "lineare Funktionen I" ①

2.5.3 ... einem gegebenem Punkt und gegebenem „b“ D  Journal S.51 (pdf: 13)

2.6 ~~parallele und senkrechte~~ Geraden linearer Funktionen ~~(Orthogonal)~~ D P  "lineare Funktionen I" ③b "lineare Funktionen I" ①e

2.7 Schnittpunktberechnung zwischen zwei Geraden linearer Funktionen D P  "Schnittpunkte von Geraden" ②

2.8 Textaufgaben

2.3

### Gleichungen

$$12 = 2x + 4 \quad | -4$$

$$8 = 2x \quad | :2$$

$$\underline{4 = x} \quad | \underline{L = \{4\}}$$

### Funktionen

$$y = 2 \cdot x + 4$$

m=2      b=4

$$x_1 = 5 \rightarrow y = 14 \quad P_1(5|14)$$

$$x_2 = 7 \rightarrow y = 18$$

$$x_3 = 4 \rightarrow y = 12 \quad P_2(4|12)$$

$$x_4 = 17 \rightarrow y = 38$$

$$x_5 = -3 \rightarrow y = -2 \quad P_3(-3|-2)$$

Korells

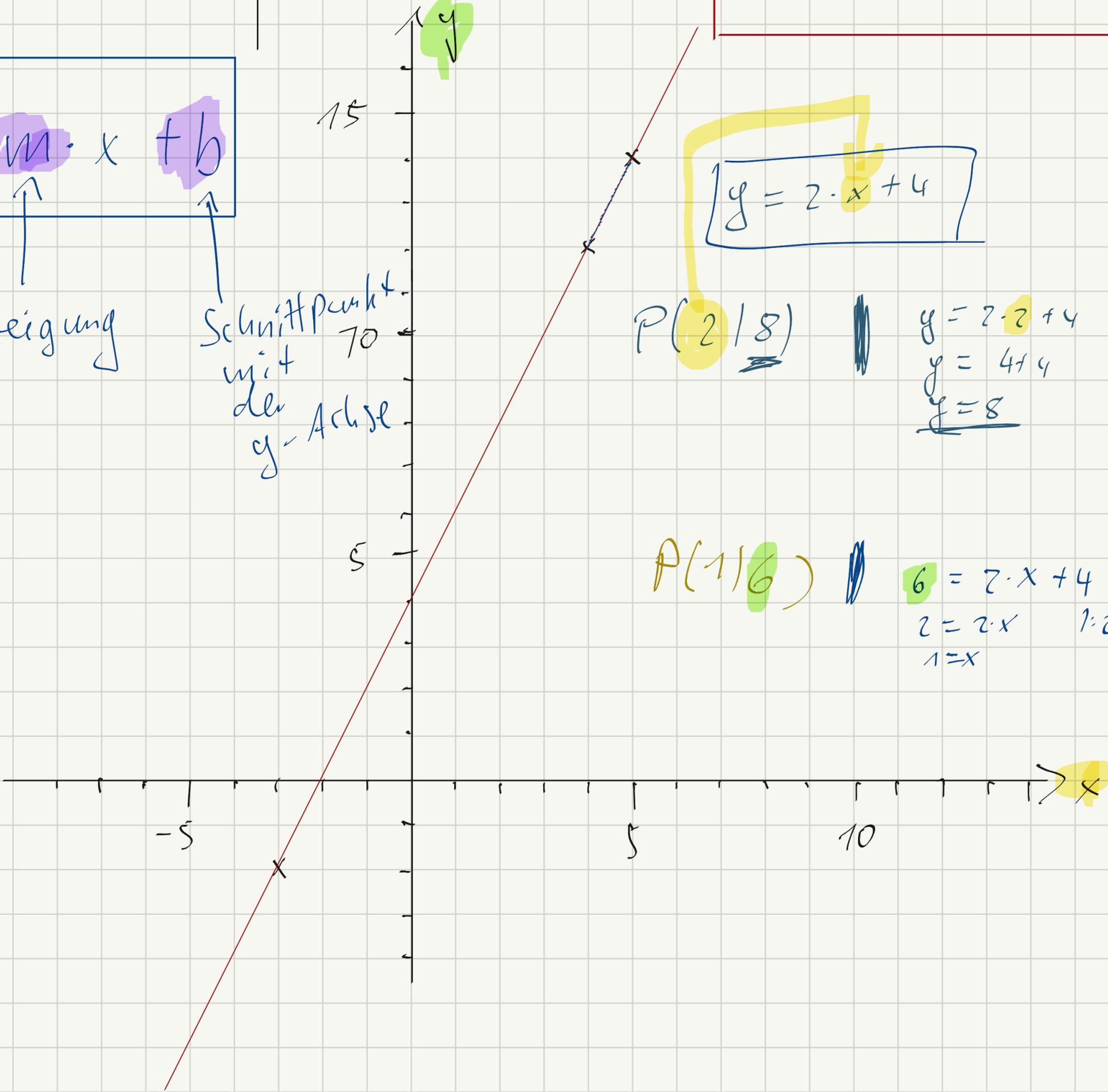
Internetseite  
(mit den Videos)

www.mathaddict.de

$$y = m \cdot x + b$$

Steigung

Schnittpunkt  
mit  
der  
y-Achse



$P(2|8)$

$$y = 2 \cdot 2 + 4$$
$$y = 4 + 4$$
$$\underline{y = 8}$$

$P(-1|6)$

$$6 = 2 \cdot x + 4 \quad | -4$$
$$2 = 2 \cdot x \quad | :2$$
$$1 = x$$

## Punktprobe:

Prüfe mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, ob die Punkte A(4/6), B(-2/8) und C(-4/-20) auf der Geraden der Funktion  $y=0,5x+4$  liegen.

$$\begin{aligned} \underline{A:} \quad 6 &= 0,5 \cdot 4 + 4 \\ 6 &= 2 + 4 \\ 6 &= 6 \quad \checkmark \end{aligned}$$

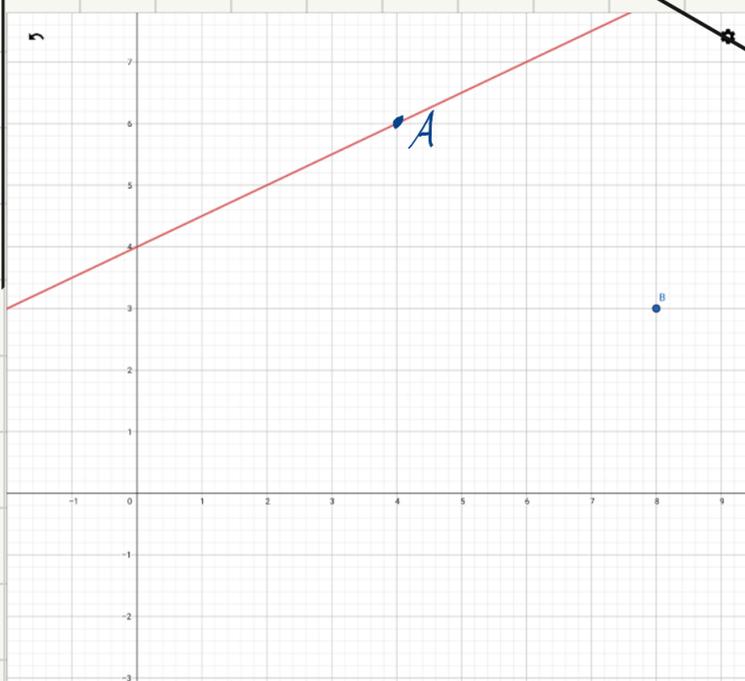
$\Rightarrow$  A liegt auf der Geraden.

$$\begin{aligned} \underline{B:} \quad 8 &= 0,5 \cdot (-2) + 4 \\ 8 &= -1 + 4 \\ 8 &= 3 \quad \downarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  B liegt nicht auf der Geraden

$$\begin{aligned} \underline{C:} \quad -20 &= 0,5 \cdot (-4) + 4 \\ -20 &= -2 + 4 \\ -20 &= 2 \quad \downarrow \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  C liegt nicht auf der Geraden



## Punktvervollständigung:

Vervollständige die drei Punkte P(6/y), Q(x/12) und R(-4/y) mit Hilfe einer geeigneten Rechnung so, dass sie auf der Geraden der Funktion  $y=5x-8$  liegen.

Lösung:  $y = 5x - 8$

$$\begin{aligned} \underline{P:} \quad y &= 5 \cdot 6 - 8 \\ y &= 30 - 8 \\ y &= 22 \end{aligned}$$

P(6|22)

$$\begin{aligned} \underline{Q:} \quad 12 &= 5 \cdot x - 8 \quad | +8 \\ 20 &= 5x \quad | :5 \\ 4 &= x \end{aligned}$$

Q(4|12)

$$\begin{aligned} \underline{R:} \quad y &= 5 \cdot (-4) - 8 \\ y &= -20 - 8 \\ y &= -28 \end{aligned}$$

R(-4|-28)

Übungen zur Punktprobe und Punktvervollständigung:

**7. Aufgabe ( /3 Punkte)**

Gegeben ist die Funktionsgleichung  $y = \frac{1}{3}x - 6$ . Befinden sich die folgenden Punkte auf dem Graphen? Löse ohne Zeichnung!

- a.) A(8/4)    b.) B(4,5/-4,5)    c.) C(0/0)

*Punktprobe*

$$y = \frac{1}{3}x - 6$$

$$A(\overset{x}{8} | \overset{y}{4})$$

$$4 = \frac{1}{3} \cdot 8 - 6$$

$$4 = \frac{8}{3} - 6$$

$$4 = -\frac{10}{3} \quad \downarrow$$

$\Rightarrow$  A liegt nicht auf der Geraden.

$$B(4,5 | -4,5)$$

$$-4,5 = \frac{1}{3} \cdot 4,5 - 6$$

$$-4,5 = -\frac{9}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{E} \\ \text{T} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$-4,5 = -4,5 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$  B liegt auf der Geraden.

$$C(0 | 0)$$

$$0 = \frac{1}{3} \cdot 0 - 6$$

$$0 = 0 - 6$$

$$0 = -6 \quad \downarrow$$

$\Rightarrow$  C liegt nicht auf der Geraden.

Vervollständige die vier Punkte P(-2/y), Q(x/-10), R(8/y) und S(x/14) mit Hilfe einer geeigneten Rechnung so, dass sie auf der Geraden der Funktion  $y = \frac{1}{4}x - 8$  liegen.

*Punktvervollst.*

$$y = \frac{1}{4}x - 8$$

Lösungen:

$$P(-2 | y)$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot (-2) - 8$$

$$y = -\frac{1}{2} - 8$$

$$y = -8,5$$

$$\underline{\underline{P(-2 | -8,5)}}$$

$$Q(x | -10)$$

$$-10 = \frac{1}{4} \cdot x - 8 \quad | +8$$

$$-2 = \frac{1}{4} \cdot x \quad | : \frac{1}{4}$$

$$\underline{\underline{-8 = x}}$$

$$\underline{\underline{Q(-8 | -10)}}$$

$$R(8 | y)$$

$$y = \frac{1}{4} \cdot 8 - 8$$

$$y = 2 - 8$$

$$y = -6$$

$$\underline{\underline{R(8 | -6)}}$$

$$S(x | 14)$$

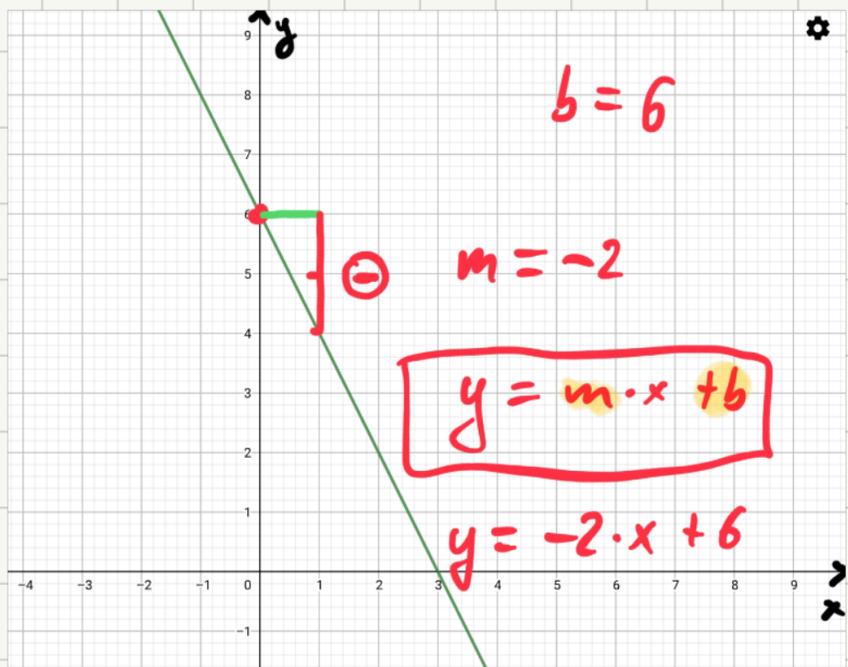
$$14 = \frac{1}{4} \cdot x - 8 \quad | +8$$

$$22 = \frac{1}{4} \cdot x \quad | : \frac{1}{4}$$

$$88 = x$$

$$\underline{\underline{S(88 | 14)}}$$

# Geradengleichungen zeichnen und ablesen:



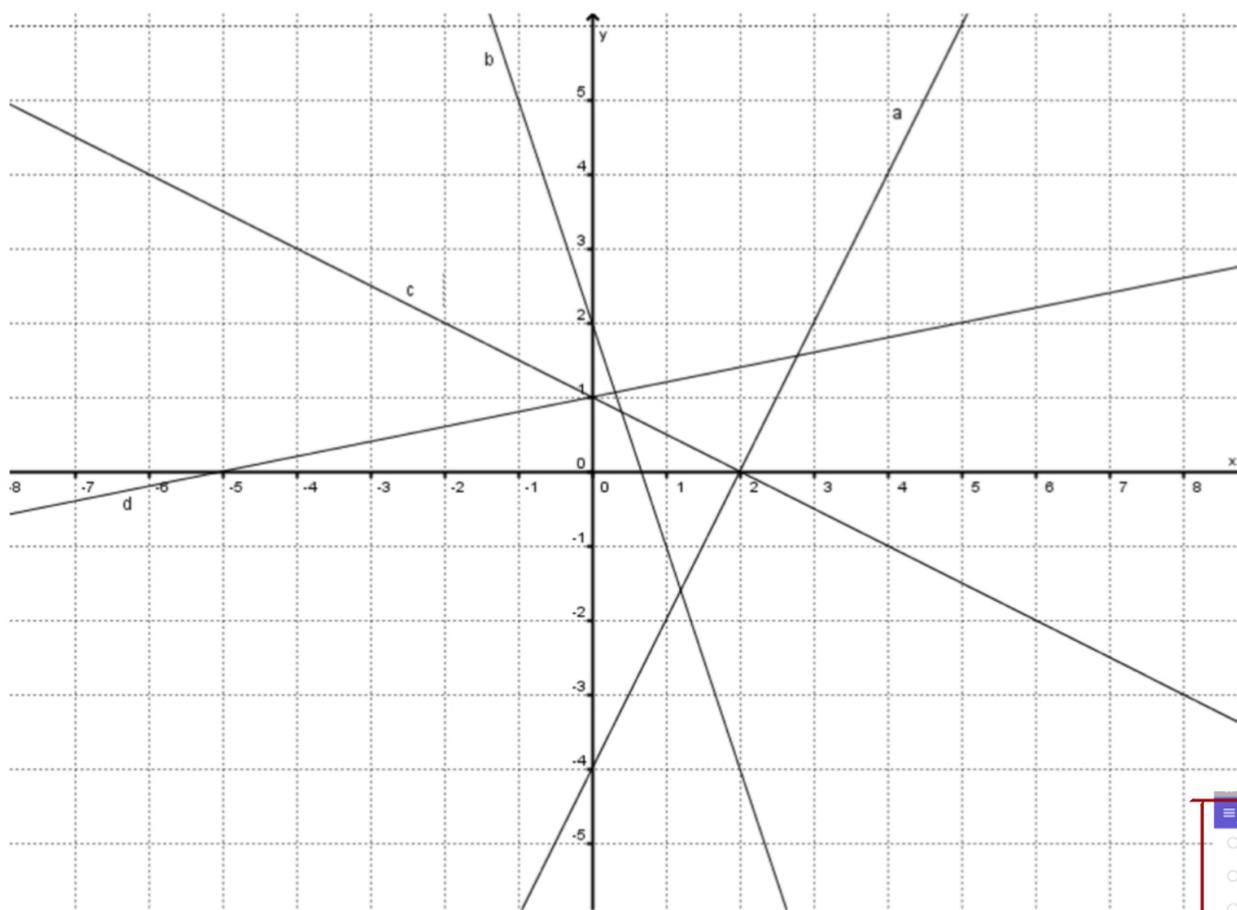
## GRADEN ABLESEN (Funktionsgleichung ermitteln)

- 1) Schnittpunkt mit der y-Achse suchen (= b)
- 2) von dort aus GENAU 1 EINHEIT nach rechts
- 3) Wie weit ist es von dort aus zurück zur Geraden?  
 -> hoch: +  
 -> runter: -
- 4) Die Werte für „m“ und „b“ das Grundgerüst  $y=mx+b$  einsetzen

### Aufgabenblatt „lineare Funktionen“:

#### Aufgabe 1:

Gib die Funktionsgleichungen für die im Koordinatensystem abgebildeten Funktionen an.



### Lösungen:

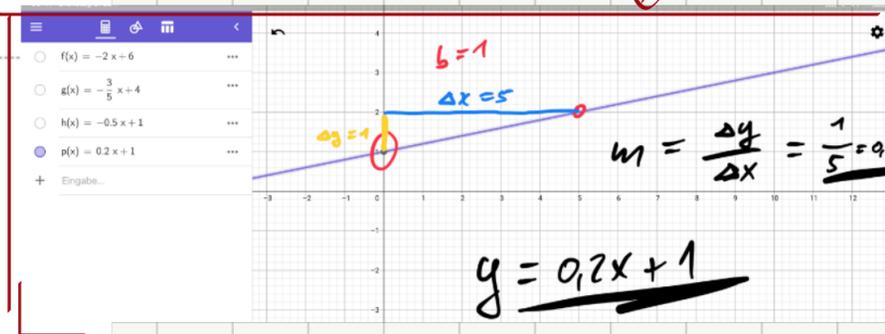
- a)  $y = 2x - 4$
- b)  $y = -3x + 2$
- c)  $y = -\frac{1}{2}x + 1$
- d)  $y = \frac{1}{5}x + 1$

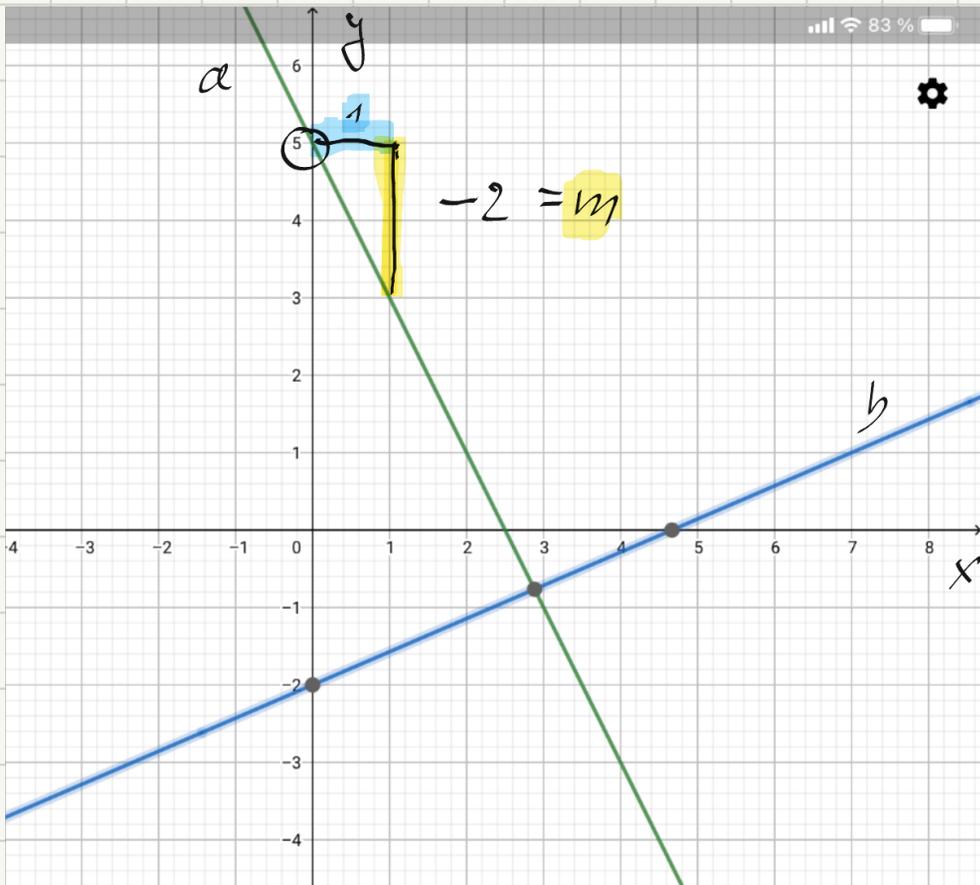
#### Aufgabe 2:

Probiere nun die unten gegebenen Funktionsgleichungen zu zeichnen, indem du jeweils **zunächst den y-Achsenabschnitt an der y-Achse markierst**. Von dort aus **gehe immer eine Einheit nach rechts** und nun von dort aus **um den Steigungswert nach oben** (bei einem positiven Steigungswert), **bzw. nach unten** (bei einem negativen Steigungswert).

**Bsp:**  $y = 2x - 5$  [y-Achsenabschnitt = -5 | Steigungswert = 2]

- a)  $y = 3x - 4$
- b)  $y = -4x + 3$
- c)  $y = x + 1$
- d)  $y = 0,5x - 2$





Wie lauten die Funktionsgleichungen zu den links abgebildeten Geraden?

a)  $y = -2 \cdot x + 5$

b)  $y = \frac{3}{7} \cdot x - 2$

Aufgabe 1:

Prüfen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, ob die beiden Punkte P(6/-7) und Q(-4/13) auf der Geraden der Funktion  $y = \frac{1}{3}x - 9$  liegen.

Aufgabe 2:

Vervollständigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung die beiden Punkte T(3/y) und K(x/-10) so, dass diese auf der Geraden der Funktion  $y = 4x - 1,5$  liegen.

①

$$y = \frac{1}{3}x - 9$$

P:  $-7 = \frac{1}{3} \cdot 6 - 9$   
 $-7 = 2 - 9$   
 $-7 = -7 \quad \checkmark$

$\Rightarrow$  P liegt auf der Geraden.

Q:

$$13 = \frac{1}{3} \cdot (-4) - 9$$

$$13 = -\frac{4}{3} - 9$$

$$13 = -\frac{31}{3} \quad \downarrow$$

$\Rightarrow$  Q liegt nicht auf der Geraden.

②

$$y = 4x - 1,5$$

T:  $y = 4 \cdot 3 - 1,5$   
 $y = 12 - 1,5$   
 $y = 10,5$

T(3 | 10,5)

K:  $-10 = 4 \cdot x - 1,5 \quad | +1,5$   
 $-8,5 = 4x \quad | : 4$   
 $-2,125 = -\frac{17}{8} = x$

K(-2,125 | -10)

Was gehört zu einem VOLLSTÄNDIGEN Koordinatensystem?

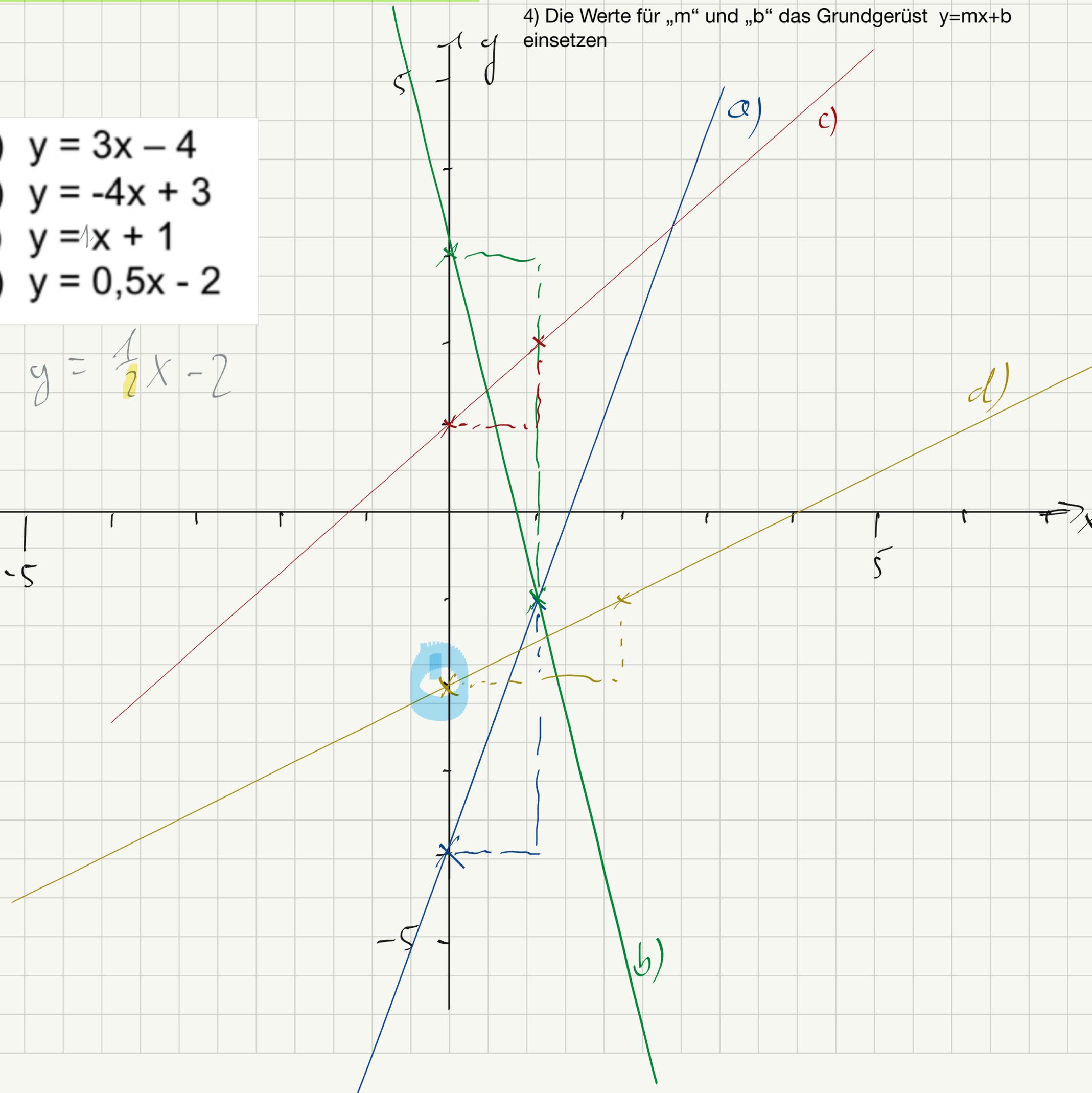
- Eine stehende und eine liegende Achse
- Pfeilspitzen (NUR nach rechts und nach oben)
- Achsenbeschriftung (x- und y-Achse)
- Skalierung (Zahlen an den Achsen - mind. 2 pro Achse)

GRADEN ZEICHNEN:

- 1) Schnittpunkt mit der y-Achse suchen (= b) und mit einem Kreuz markieren
- 2) von dort aus GENAU 1 EINHEIT nach rechts
- 3) Steigungswert einzeichnen  
-> hoch: +  
-> runter: -
- 4) Die Werte für „m“ und „b“ das Grundgerüst  $y=mx+b$  einsetzen

- a)  $y = 3x - 4$
- b)  $y = -4x + 3$
- c)  $y = 1x + 1$
- d)  $y = 0,5x - 2$

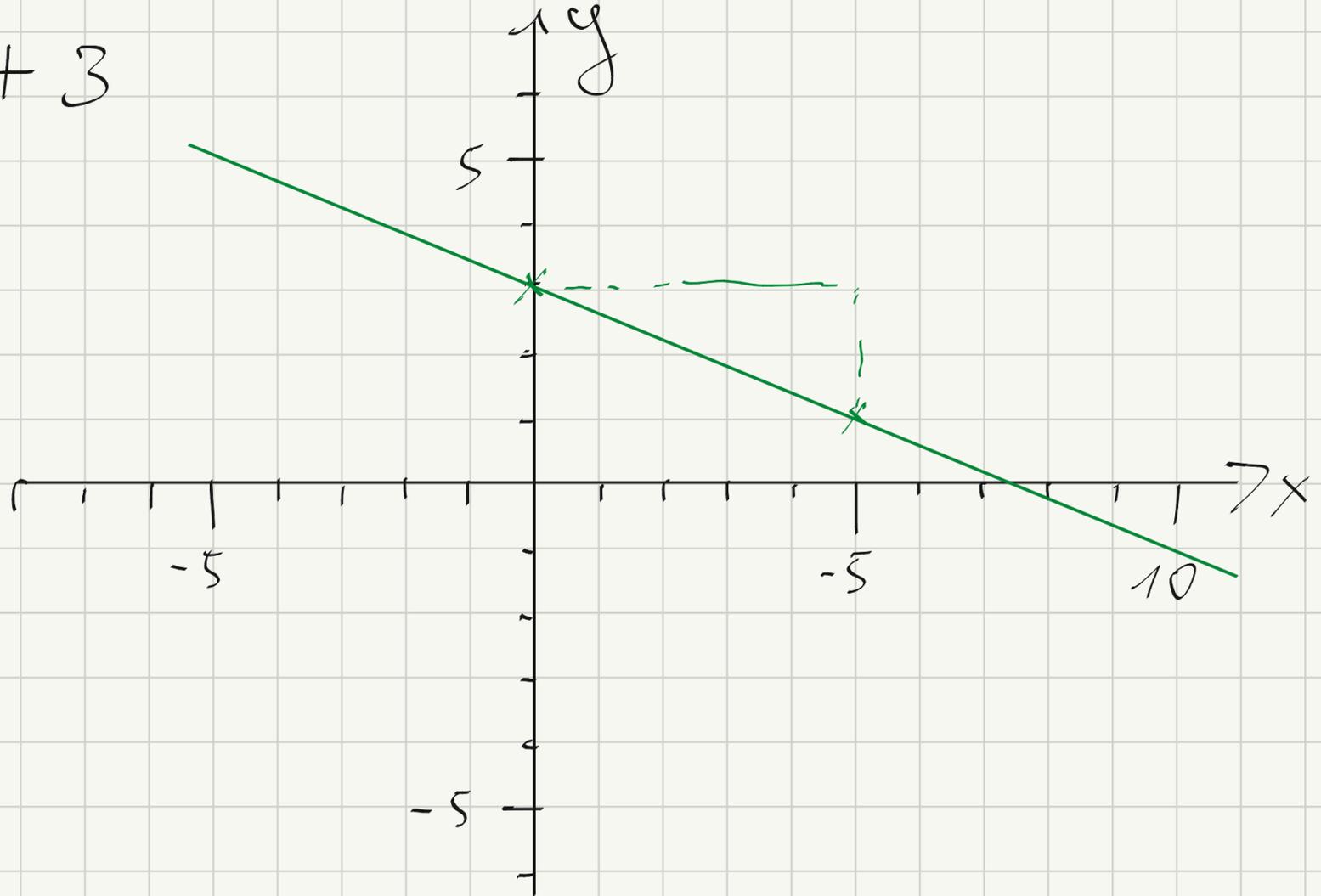
$$y = \frac{1}{2}x - 2$$



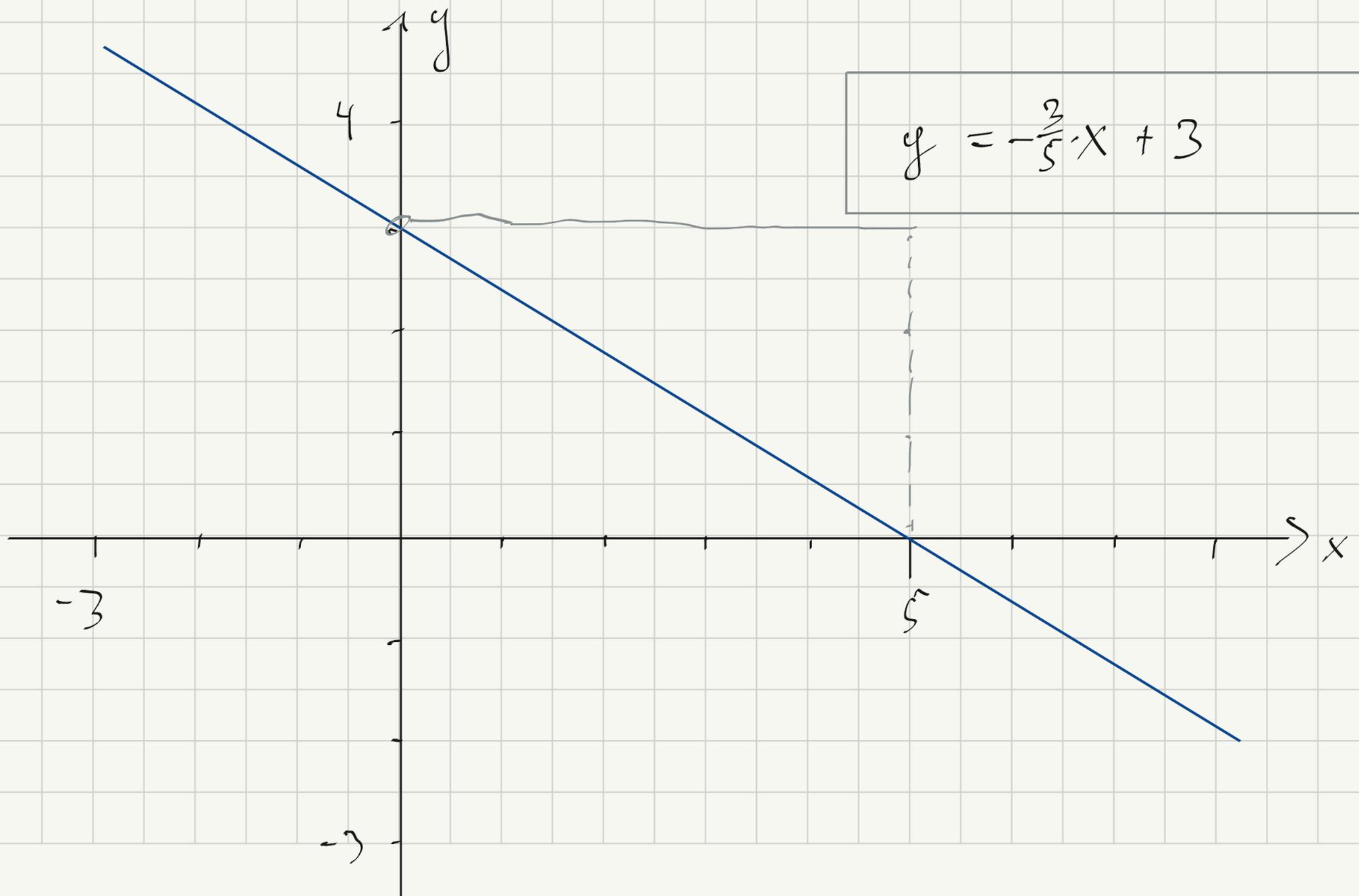
## Zwei kleine Übungen zum Aufwärmen:

1) Zeichne die Gerade der unten notierten Funktion in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.

$$y = -\frac{2}{5}x + 3$$



2) Wie lautet die Funktionsgleichung zu der unten abgebildeten Geraden.



$$y = -\frac{2}{5}x + 3$$

$$y = 4x + 8$$

a) Prüfe mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, ob der Punkt  $P(2|-16)$  auf der Geraden der oben notierten Funktion liegt.

b) Vervollständige mit Hilfe einer geeigneten Rechnung den Punkt  $Q(4|y)$  so, dass er auf der Geraden der oben notierten Funktion liegt.

zu a):

$$\begin{aligned} -16 &= 4 \cdot 2 + 8 \\ -16 &= 8 + 8 \\ -16 &= 16 \end{aligned}$$

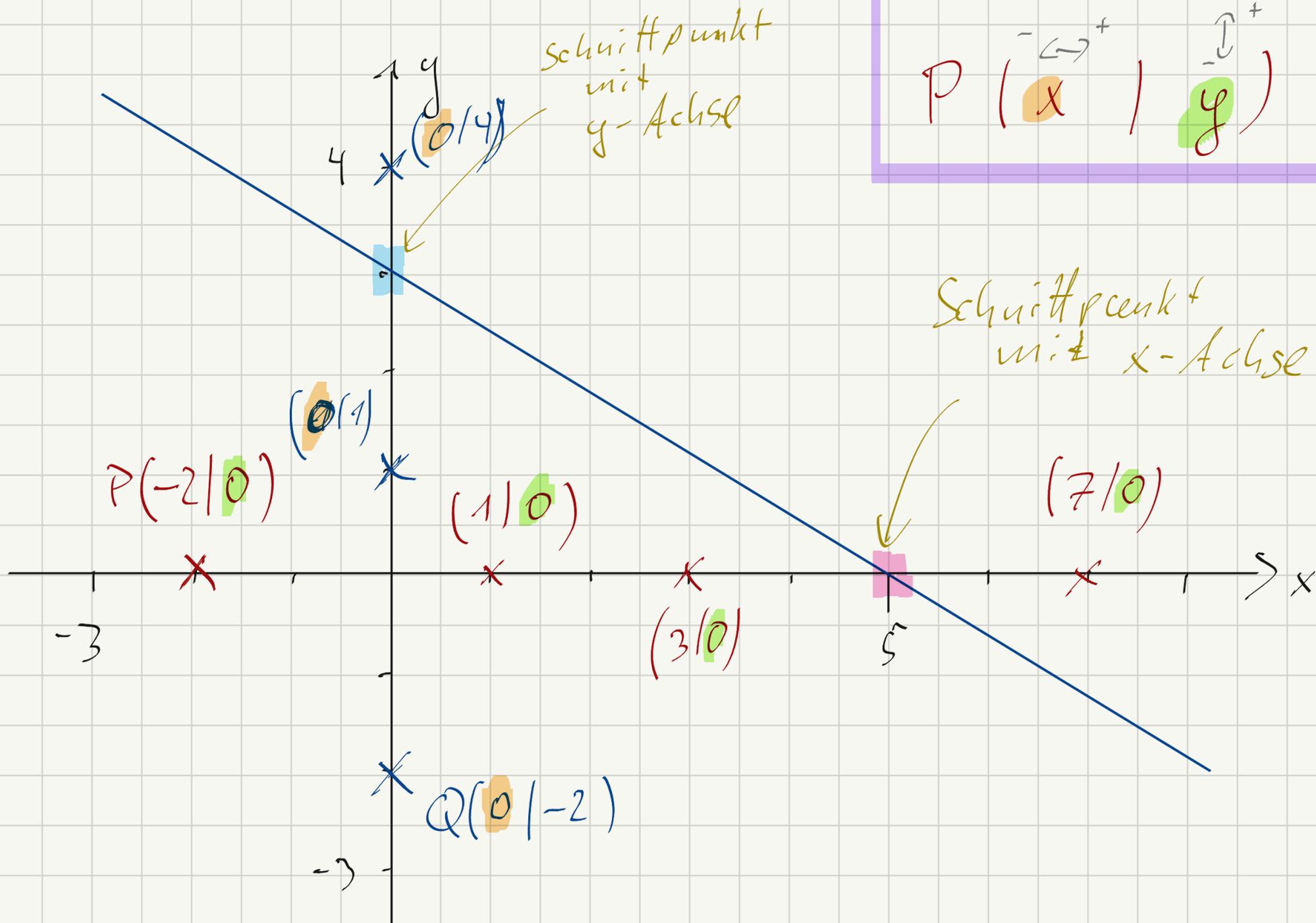
$\Rightarrow$  P liegt nicht nicht auf der Geraden

zu b):

$$\begin{aligned} y &= 4 \cdot 4 + 8 \\ y &= 16 + 8 \\ y &= 24 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Q(4|24)

## 2.4 Achsenschnittpunkte



Schnittpunkt mit x-Achse

$$y = -\frac{3}{5}x + 3$$

$$N(x|0)$$

$$0 = -\frac{3}{5}x + 3 \quad | -3$$

$$-3 = -\frac{3}{5}x \quad | \cdot 5$$

$$-15 = -3 \cdot x \quad | :(-3)$$

$$\underline{\underline{5 = x}}$$

$$\underline{\underline{N(5|0)}}$$

Schnittpunkt mit y-Achse

$$y = -\frac{3}{5} \cdot x + 3$$

$$S_y(0|y)$$

$$y = -\frac{3}{5} \cdot 0 + 3$$

$$y = 0 + 3$$

$$\underline{\underline{y = 3}}$$

$$\underline{\underline{S_y(0|3)}}$$

### Hausaufgabe:

Berechnen Sie BEIDE Achsenschnittpunkte (also den mit der x- UND den mit der y-Achse) der Geraden der Funktion  $y=3x-12$

Schnittpunkt mit der x-Achse:

$$y=0$$

$$\begin{array}{l} 0 = 3x - 12 \\ 12 = 3x \\ 4 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | +12 \\ | : 3 \end{array}$$

$$\underline{N(4|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$x=0$$

$$\begin{array}{l} y = 3 \cdot 0 - 12 \\ y = 0 - 12 \\ y = -12 \end{array}$$

$$\underline{S_y(0|-12)}$$

$$y = \frac{1}{2}x + 8$$

$$\begin{array}{l} 0 = \frac{1}{2}x + 8 \\ -8 = \frac{1}{2}x \\ -16 = x \end{array} \quad \begin{array}{l} | -8 \\ | : \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\underline{N(-16|0)}$$

$$\begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 8 \\ y = 0 + 8 \\ y = 8 \end{array}$$

$$\underline{S_y(0|8)}$$

# Übung Achsenschnittpunkte:

Berechne BEIDE Achsenschnittpunkte der folgenden Funktionen:

- a)  $y = x + 3$
- b)  $y = 2x$
- c)  $y = 4x + 2$
- d)  $y = 3x + 6$
- e)  $y = x + 1$
- f)  $y = 6x$
- g)  $y = 3x + 3$

---

- h)  $y = 5x + 15$
- i)  $y = 8x - 16$
- j)  $y = 2x - 14$
- k)  $y = -x + 5$
- l)  $y = -2x + 10$
- m)  $y = 5x + 20$
- n)  $y = 7x - 49$
- o)  $y = x$

Nullstellen  $y=0$

Schnittp. y-Achse  $x=0$

a)  $0 = x + 3 \quad | -3$   
 $-3 = x \quad N(-3|0)$

$y = 0 + 3$   
 $y = 3 \quad S_y(0|3)$

b)  $0 = 2x \quad | :2$   
 $0 = x \quad N(0|0)$

$y = 2 \cdot 0$   
 $y = 0 \quad S_y(0|0)$

c)  $0 = 4x + 2 \quad | -2$   
 $-2 = 4x \quad | :4$   
 $-\frac{1}{2} = x \quad N(-\frac{1}{2}|0)$

$y = 4 \cdot 0 + 2$   
 $y = 0 + 2$   
 $y = 2 \quad S_y(0|2)$

d)  $0 = 3x + 6 \quad | -6$   
 $-6 = 3x \quad | :3$   
 $-2 = x \quad N(-2|0)$

$y = 3 \cdot 0 + 6$   
 $y = 0 + 6$   
 $y = 6 \quad S_y(0|6)$

e)  $0 = x + 1 \quad | -1$   
 $-1 = x \quad N(-1|0)$

$y = 0 + 1$   
 $y = 1 \quad S_y(0|1)$

f)  $0 = 6x \quad | :6$   
 $0 = x \quad N(0|0)$

$y = 6 \cdot 0$   
 $y = 0 \quad S_y(0|0)$

g)  $0 = 3x + 3 \quad | -3$   
 $-3 = 3x \quad | :3$   
 $-1 = x \quad N(-1|0)$

$y = 3 \cdot 0 + 3$   
 $y = 0 + 3$   
 $y = 3 \quad S_y(0|3)$

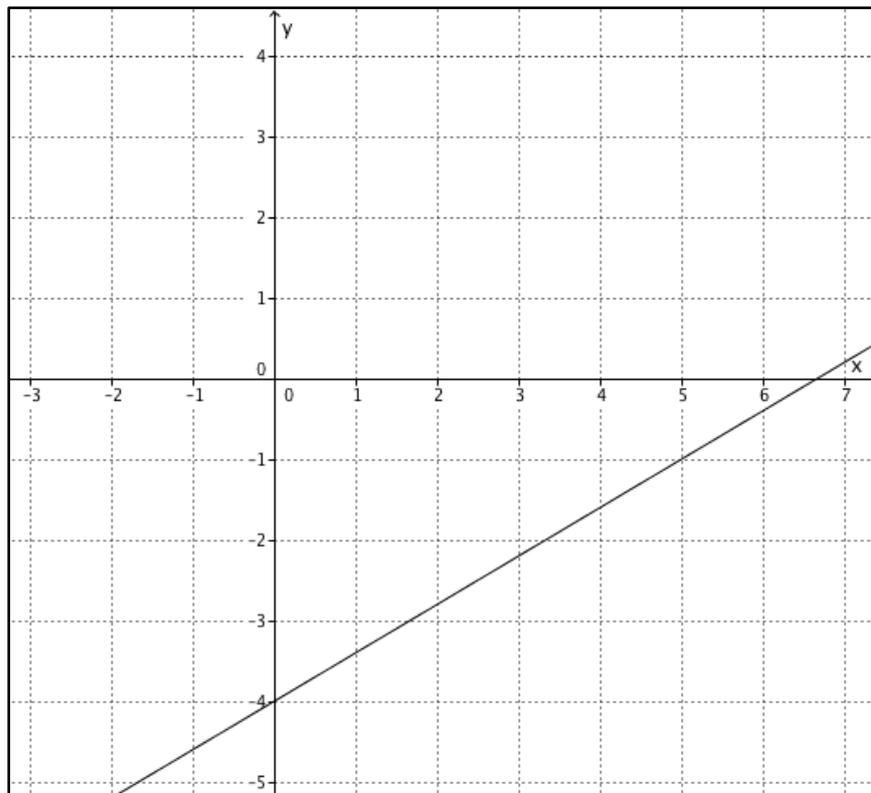
# KURZTEST

- lineare Funktionen -

Name: \_\_\_\_\_

## Aufgabe 1:

- Wie lautet die Funktionsgleichung der unten abgebildeten Funktion?
- Ergänze die Funktion  $y = -2x + 3$  im Koordinatensystem unten.



## Aufgabe 2:

Es geht um folgende lineare Funktion:  $y = -4x + 6$  :

- Vervollständige den Punkt  $P(2/\frac{1}{2})$  so, dass er auf der Funktion liegt.
- Prüfe mit einer geeigneten Rechnung, ob der Punkt  $Q(-1/-10)$  auf der Funktion liegt.
- Berechne den Schnittpunkt mit der x-Achse (Nullstelle)?
- Berechne den gemeinsamen Schnittpunkt mit der Funktion oben und der Funktion  $y = 2x - 6$  .

# Lösungen:

① a)  $y = \frac{3}{5}x - 4$

② a)  $y = -4 \cdot 2 + 6$

$$y = -8 + 6$$

$$y = -2$$

P(2|-2)

b)  $-10 = -4 \cdot (-1) + 6$

$$-10 = 4 + 6$$

$$-10 = 10 \quad \downarrow$$

⇒ Q liegt nicht  
auf der Geraden!

d)  $2x - 6 = -4x + 6 \quad | +4x$

$$6x - 6 = 6 \quad | +6$$

$$6x = 12 \quad | :6$$

$$x = 2$$

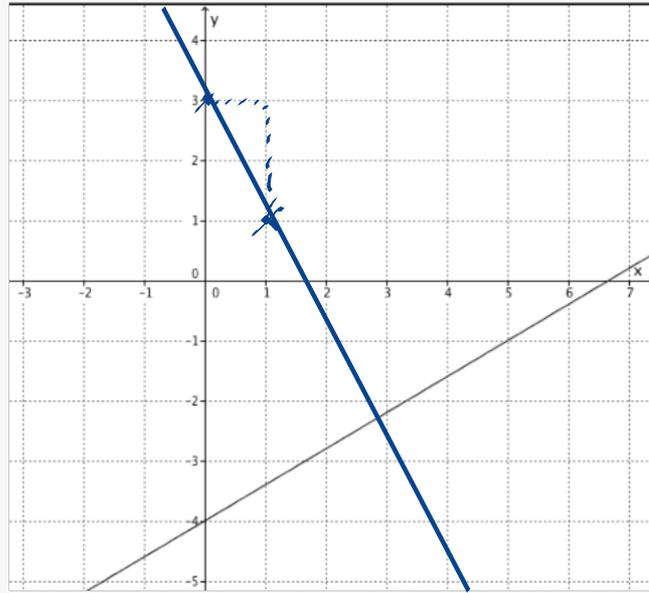
$$y = 2 \cdot 2 - 6$$

$$y = 4 - 6$$

$$y = -2$$

S(2|-2)

b)



c)  $0 = -4 \cdot x + 6 \quad | -6$

$$-6 = -4 \cdot x \quad | :(-4)$$

$$1,5 = x$$

N(-1,5|0)

# Lineare Funktionsgleichungen aus gegebenen Informationen aufstellen:

2.5.3

Aufgabe:

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden, die durch den Punkt P(2/4) verläuft und einen „b“-Wert von  $b=-2$  aufweist.

$$P(2|4)$$

$$b = -2$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$4 = m \cdot 2 - 2$$

$$4 = 2m - 2 \quad | +2$$

$$6 = 2m \quad | :2$$

$$\underline{3 = m}$$

$$\underline{y = 3 \cdot x - 2}$$

2.5.2

Aufgabe:

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden, die durch den Punkt Q(3/-2) verläuft und eine Steigung von  $m=-2$  aufweist.

$$Q(3|-2)$$

$$m = -2$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$-2 = -2 \cdot 3 + b$$

$$-2 = -6 + b \quad | +6$$

$$\underline{4 = b}$$

$$\underline{y = -2 \cdot x + 4}$$

2.5.1

Aufgabe:

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden, die durch die beiden Punkte  $P_1(4/-3)$  und  $P_2(1/2)$  verläuft.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{2 - (-3)}{1 - 4} = \frac{5}{-3} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}$$

$$P(1|2)$$

$$m = -\frac{5}{3}$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$2 = -\frac{5}{3} \cdot 1 + b$$

$$2 = -\frac{5}{3} + b \quad | +\frac{5}{3}$$

$$\underline{\underline{\frac{11}{3} = b}}$$

$$\underline{\underline{y = -\frac{5}{3} \cdot x + \frac{11}{3}}}$$

# Übungen zu linearen Funktionen

1. Stellen Sie die Funktionsgleichung der Geraden auf, die

- durch die Punkte  $P(1/4)$  und  $Q(4/-2)$  geht!
- durch die Punkte  $P(-1/-1)$  und  $Q(-2/2)$  geht!
- die Steigung 2 hat und die y-Achse bei 4 schneidet!
- die Steigung  $\frac{4}{3}$  hat und durch den Punkt  $P(30/39)$  geht!

$$m=2$$

$$b=4$$

$$a) m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - 4}{4 - 1} = \frac{-6}{3} = \underline{\underline{-2}}$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$4 = -2 \cdot 1 + b$$

$$4 = -2 + b \quad | +2$$

$$6 = b$$

$$\underline{\underline{y = -2x + 6}}$$

$$b) m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{-2 - (-1)} = \frac{3}{-1} = \underline{\underline{-3}}$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$2 = -3 \cdot (-2) + b$$

$$2 = 6 + b \quad | -6$$

$$-4 = b$$

$$\underline{\underline{y = -3 \cdot x - 4}}$$

$$c) m = 2$$

$$b = 4$$

$$\underline{\underline{y = 2x + 4}}$$

$$d) m = \frac{4}{3}$$

$$P(30/39)$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$39 = \frac{4}{3} \cdot 30 + b$$

$$39 = 40 + b \quad | -40$$

$$-1 = b$$

$$\underline{\underline{y = \frac{4}{3}x - 1}}$$

## Übung zum Wachwerden:

Berechne die Funktionsgleichung der Geradenfunktionen, welche die folgenden Bedingungen erfüllen:

a)  $b = -3$   
 $P(5|7)$

$$\boxed{y = m \cdot x + b}$$
$$7 = m \cdot 5 - 3 \quad | +3$$
$$10 = m \cdot 5 \quad | :5$$
$$2 = m$$
$$\underline{\underline{y = 2x - 3}}$$

b)  $m = -0,75$   
 $Q(-8|9)$

$$\boxed{y = m \cdot x + b}$$
$$9 = -0,75 \cdot (-8) + b$$
$$9 = 6 + b \quad | -6$$
$$3 = b$$
$$\underline{\underline{y = -0,75x + 3}}$$

c)  $P_1(-14|-2)$   
 $P_2(4|7)$

$$m = \frac{7 - (-2)}{4 - (-14)} = \frac{7 + 2}{4 + 14} = \frac{9}{18} = 0,5$$

$$\boxed{y = m \cdot x + b}$$
$$7 = 0,5 \cdot 4 + b$$
$$7 = 2 + b \quad | -2$$
$$5 = b$$
$$\underline{\underline{y = 0,5x + 5}}$$

# Kurztest

## - lineare Funktion aus gegebenen Informationen -

Name: \_\_\_\_\_

Berechnen Sie die Funktionsgleichung derjenigen linearen Funktion, deren Gerade...

- ... die y-Achse bei  $b=8$  scheidet und durch den Punkt  $P(2/7)$  verläuft.
- ... die eine Steigung von  $m=0,25$  aufweist und durch den Punkt  $Q(4/-1)$  verläuft.
- ... die durch die beiden Punkte  $B_1(-4/5)$  und  $B_2(2/-7)$  verläuft.

a)  $m=?$

$$y = m \cdot x + b$$

$$\begin{aligned} 7 &= m \cdot 2 + 8 & | -8 \\ -1 &= m \cdot 2 & | :2 \\ -0,5 &= m \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{y = -0,5x + 8}}$$

b)  $b=?$

$$y = m \cdot x + b$$

$$\begin{aligned} -1 &= 0,25 \cdot 4 + b \\ -1 &= 1 + b & | -1 \\ \underline{\underline{-2}} &= b \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{y = 0,25 \cdot x - 2}}$$

c)  $m=?$

$b=?$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7 - 5}{2 - (-4)} = \frac{-12}{2 + 4} = -\frac{12}{6} = -2$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$\begin{aligned} -7 &= -2 \cdot 2 + b \\ -7 &= -4 + b & | +4 \\ -3 &= b \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{y = -2 \cdot x - 3}}$$

Berechne die Funktionsgleichungen der Geradenfunktionen aus den nachfolgend gegebenen Informationen:



- ① a) P(4/6), b = 3  
 b) P(12/3), b = -2  
 c) P(-3/9), b = 5  
 d) P(8/-5), b =  $\frac{1}{2}$   
 e) P(-1/-7), b = -2  
 f) P(2,5/-7,5), b = 0

a)  $y = m \cdot x + b$   
 $6 = m \cdot 4 + 3 \quad | -3$   
 $3 = 4 \cdot m \quad | :4$   
 $\frac{3}{4} = 0,75 = m$   
 $y = 0,75x + 3$

b)  $3 = m \cdot 12 - 2 \quad | +2$   
 $5 = 12m \quad | :12$   
 $\frac{5}{12} = m$   
 $y = \frac{5}{12}x - 2$

c)  $9 = m \cdot (-3) + 5 \quad | -5$   
 $4 = -3m \quad | :(-3)$   
 $-\frac{4}{3} = m$   
 $y = -\frac{4}{3}x + 5$

d)  $-5 = m \cdot 8 + \frac{1}{2} \quad | -\frac{1}{2}$   
 $-5,5 = 8m \quad | :8$   
 $-\frac{11}{16} = m$   
 $y = -\frac{11}{16}x + \frac{1}{2}$

e)  $-7 = m \cdot (-1) - 2 \quad | +2$   
 $-5 = -1 \cdot m \quad | :(-1)$   
 $5 = m$   
 $y = 5x - 2$

f)  $-7,5 = m \cdot 2,5 + 0$   
 $-7,5 = 2,5 \cdot m \quad | :2,5$   
 $-3 = m$   
 $y = -3x + 0$

- ② a) P(4/6), m = 1  
 b) P(3/1), m = 2  
 c) P(4/4), m =  $-\frac{3}{4}$   
 d) P(-3/-5), m =  $\frac{5}{3}$   
 e) P(4/-2), m = -3  
 f) P(6/0), m =  $\frac{1}{2}$

- ③ a) A(1/1), B(3/5)  
 b) A(-2/4), B(2/2)  
 c) A(-3/2), B(6/8)  
 d) A(-1/-1,5), B(3/-7,5)  
 e) A(1/2), B(-1/-3)  
 f) A(3/1,8), B(8/2,3)

## 2.6 Parallele Geradenfunktionen:

Berechne die Funktionsgleichung zu der Geraden, die parallel zur Geraden der Funktion  $y = -2x + 4$  und durch den Punkt  $P(-1|3)$  verläuft.

Diese Infos kann man aus dem Text ziehen:

$$\begin{array}{l} m = -2 \\ P(-1|3) \end{array}$$

Lösung also wie 2.5.2

$$y = m \cdot x + b$$

$$3 = -2 \cdot (-1) + b$$

$$3 = 2 + b$$

$$1 = b$$

$$|-2$$

$$\underline{y = -2x + 1}$$

### Übung:

Berechne die Funktionsgleichung der Geraden, die parallel zur Geraden  $y = \frac{1}{2}x + 7$  und durch den Punkt  $Q(4|-8)$  verläuft.

$$\begin{array}{l} m = \frac{1}{2} \\ Q(4|-8) \end{array}$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$-8 = \frac{1}{2} \cdot 4 + b$$

$$-8 = 2 + b \quad | -2$$

$$\underline{-10 = b}$$

$$\underline{y = \frac{1}{2}x - 10}$$

### Aufgaben:

1. Berechnen Sie die Gleichung der Geraden  $h$ , die zu  $g$  parallel ist und durch den Punkt  $P$  geht.

a.  $g: y = 3x - 10; P(-6|10)$

b.  $g: y = -x + 4; P(2|4)$

2. Ist die Gerade  $g: y = -\frac{2}{3}x + 4$  zur Geraden  $h$  durch die Punkte  $P(-1|4)$  und  $Q(5|0)$  parallel?

1) a)  $m=3$   
 $P(-6|10)$

$$y = m \cdot x + b$$

$$10 = 3 \cdot (-6) + b$$

$$10 = -18 + b \quad | +18$$

$$28 = b$$

$$\Rightarrow \underline{y = 3 \cdot x + 28}$$

b)  $m = -1$   
 $P(2|4)$

$$4 = -1 \cdot 2 + b$$

$$4 = -2 + b \quad | +2$$

$$6 = b$$

$$\Rightarrow \underline{y = -1 \cdot x + 6}$$

2)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{5 - (-1)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$

Vergleich mit  $y = -\frac{2}{3}x + 4$

$$\boxed{-\frac{2}{3} = -\frac{2}{3}}$$

$\Rightarrow$  Ja, die beiden Geraden sind parallel zueinander.

## Übung:

Berechne die Funktionsgleichung der Geradenfunktion, die parallel zur Geraden der angegebenen Funktion und durch den angegebenen Punkt verläuft.

a)  $y = 4x - 8$

$$P(-2|6)$$

b)  $y = \frac{1}{2}x + 2$

$$P(3|3,5)$$

c)  $y = x + 9$

$$P(-1|-10)$$

d)  $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

$$P(-12|4)$$

e)  $y = -3x + 4$

$$P(-2|0)$$

f)  $y = -3x + 4$

$$P(0|5)$$

# Lösung:

Wie war das noch mal bei 2.5.2?

$$b = ?$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$m = 0,25$$

$$-1 = 0,25 \cdot 4 + b$$

$$-1 = 1 + b \quad | -1$$

$$P(4|-1)$$

$$\underline{-2 = b}$$

$$\Rightarrow \underline{y = 0,25 \cdot x - 2}$$

a)

$$y = 4x - 8$$

$$P(-2|6)$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$6 = 4 \cdot (-2) + b$$

$$6 = -8 + b \quad | +8$$

$$14 = b$$

$$\underline{y = 4x + 14}$$

b)

$$y = m \cdot x + b$$

$$3,5 = \frac{1}{2} \cdot 3 + b$$

$$3,5 = 1,5 + b \quad | -1,5$$

$$2 = b$$

$$\underline{y = \frac{1}{2}x + 2}$$

c)

$$y = m \cdot x + b$$

$$-10 = 1 \cdot 1 + b$$

$$-10 = 1 + b \quad | -1$$

$$-11 = b$$

$$\underline{y = 1 \cdot x - 11}$$

d)

$$y = m \cdot x + b$$

$$4 = \frac{3}{4} \cdot (-12) + b$$

$$4 = \frac{3 \cdot (-12)}{4} + b$$

$$4 = -\frac{3 \cdot 3}{1} + b$$

$$4 = -9 + b \quad | +9$$

$$13 = b$$

$$\underline{y = \frac{3}{4}x + 13}$$

e)

$$y = m \cdot x + b$$

$$0 = -3 \cdot (-2) + b$$

$$0 = 6 + b \quad | -6$$

$$-6 = b$$

$$\underline{y = -3x + 0}$$

f)

$$y = m \cdot x + b$$

$$5 = -3 \cdot 0 + b$$

$$5 = 0 + b$$

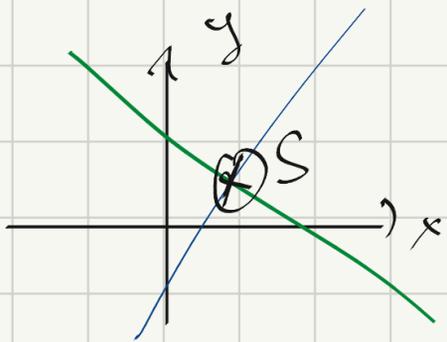
$$5 = b$$

$$\underline{y = 0 \cdot x + 5}$$

## 2.7. Schnittpunkte zweier Geraden

$$y = -0,5x + 4$$

$$y = 2x - 6$$



I) Funktionsterme gleichsetzen:

$$-0,5x + 4 = 2x - 6 \quad | +6$$

$$-0,5x + 10 = 2x \quad | +0,5x$$

$$10 = 2,5x \quad | :2,5$$

$$\underline{4 = x}$$

II) mit Funktionsgleichung deinen Wahl end der Lösung für x den noch fehlenden y-Wert ausrechnen  
mit  $y = 2x - 6$  und  $x = 4$

$$y = 2 \cdot 4 - 6$$

$$y = 8 - 6$$

$$\underline{y = 2}$$

III) Schnittpunkt  $S(4|2)$   
notieren

# “CODE KORELL” zum Knacken von Textaufgaben

1) Um welche beiden Größen geht es im Text?

Liter  
Stunden

2) Welche Größe ist von der anderen Größe anhängig?

Liter abhängig  $\rightarrow$  y-Achse  
Stunden unabhängig  $\rightarrow$  x-Achse

3) Welche Infos stecken im Text?

I: “pro”, “je”, “täglich”, “mit jedem...”  $\rightarrow$  m

Zunahme  $\oplus$   
Abnahme  $\ominus$

II: “Wert zu Beginn”, “Grundgebühr”, “Startwert”  $\rightarrow$  b

III: “Bei .... {Größe 1} waren es ... {Größe 2}”  
(zusammenhängendes Wertepaar)  $\rightarrow$  Punkt

siehe  
2.5.1  
2.5.2  
2.5.3

## Weiter Textaufgaben zum Thema lineare Funktionen

### AUFGABE 1

Eine Motorpumpe hat einen 20 l Tank. Im Betrieb verbraucht sie 2,5 l pro Stunde.

- Wie lautet die Funktionsgleichung, die den Tankinhalt im Zeitverlauf beschreibt?
- Nach wie viel Stunden sind noch 4 l im Tank?
- Zeichne die Funktion in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.



### AUFGABE 2

Birken wachsen 1,6 m pro Jahr. 2008 ist eine 4 m hohe Birke gepflanzt worden.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
- In welchem Jahr ist sie 14 m hoch?
- Wie hoch ist sie nach 20 Jahren?



### AUFGABE 3

Ein Energieversorgungsunternehmen bietet den Tarif „Öko“ für einen Arbeitspreis von 0,25 € pro Kilowattstunde und einen Grundpreis von 9,50 € pro Monat an.

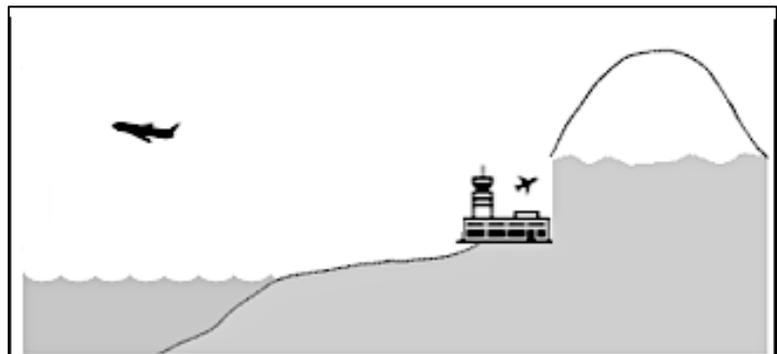
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die monatlichen Gesamtkosten.
- Berechnen Sie die monatlichen Gesamtkosten für einen Verbrauch von 680 kWh.
- Familie Wolf erhält im Oktober eine Stromrechnung über 64,50 €. Berechnen Sie ihren Verbrauch für diesen Monat.
- Zeichnen Sie die Funktion in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.



### AUFGABE 4

Ein gleichmäßig ansteigendes Flugzeug befindet sich 1.200 m nach dem Start auf einer Höhe von 460 m. 4,5 km nach dem Start befindet es sich bereits auf einer Höhe von 955 m.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
- Berechnen Sie wie schnell das Flugzeug steigt.
- Ermitteln Sie, in welcher Höhe die Startbahn liegt!



### AUFGABE 5

In einem Schwimmbecken steigt der Wasserspiegel beim Befüllen um 0,4 m pro Stunde. Im vollen Becken steht das Wasser 2,5 m hoch.

- Wie viele Stunden dauert es, bis das Becken gefüllt ist?
- Berechnen Sie, wie hoch das Wasser steht, wenn es 4 Stunden befüllt worden ist
- Zeichnen Sie die Funktion in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.

### AUFGABE 6

Zwei Werkstätten haben folgende Tarife für einen Ölwechsel:

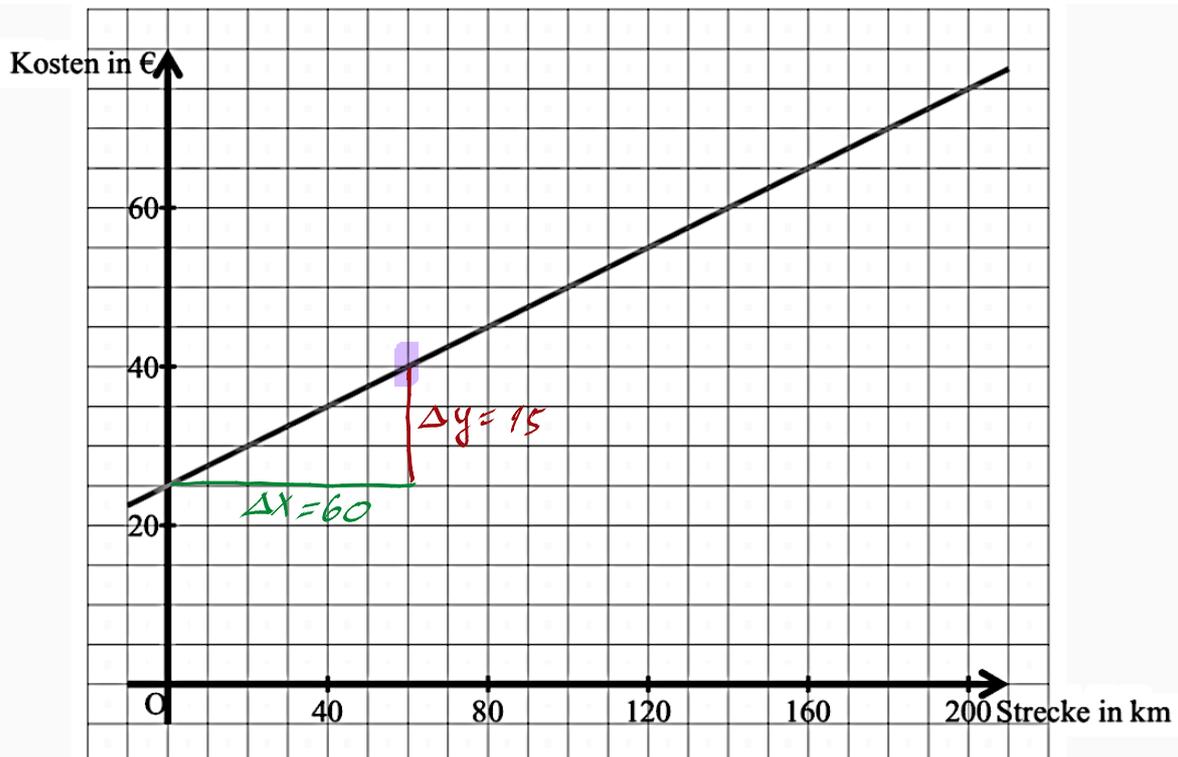
- Werkstatt A: Preis pro Liter Öl 7 €; Arbeitspauschale 6€
  - Werkstatt B: Preis pro Liter Öl 4,50 €; Arbeitspauschale 8 €
- Bestimmen Sie die Funktionsgleichung für die Kosten  $K$  in Abhängigkeit von der Ölmenge  $M$  für beide Werkstätten.
  - Welche Werkstatt verlangt 71 € für den Ölwechsel, wenn die Ölmenge 14 l beträgt?



### AUFGABE 7

Die Gerade zeigt, wie sich der Mietpreis eines Leihwagens in Abhängigkeit von der gefahrenen Strecke verändert.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden.

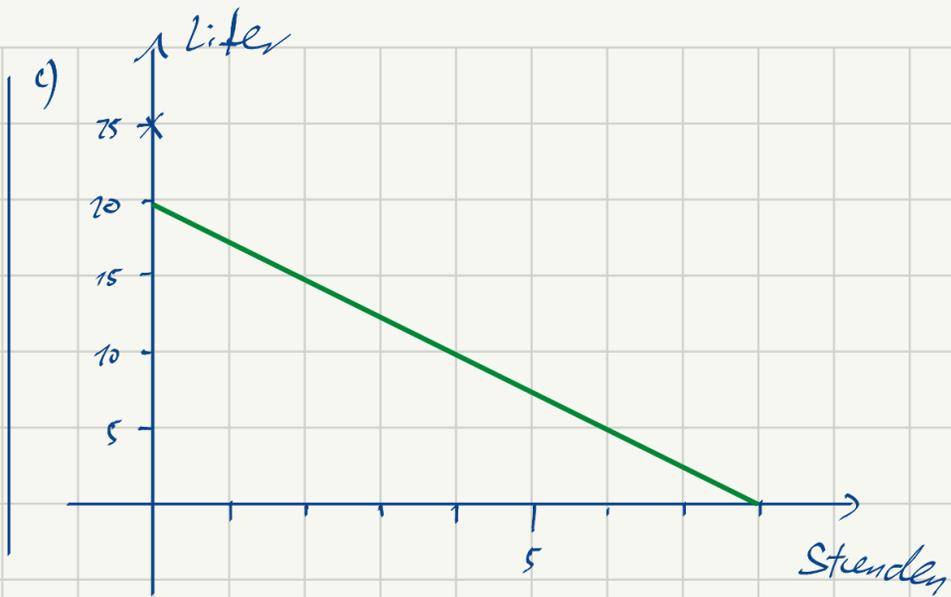


①  $b = 20$   
 $m = -2,5$

a)  $y = m \cdot x + b$   
 $y = -2,5x + 20$

b)  $y = 4$   
 $4 = -2,5x + 20$   
 $-16 = -2,5x$   
 $6,4 = x$   
 $| : (-2,5)$

Antwort: Nach 4 Stunden sind noch fast 6,5 l im Tank



②  $x$ : Jahre  
 $y$ : Meter

geg: 14 m Höhe  
ges: Jahre

a)  $y = 1,6x + 4$   
*Meter* (pointing to y), *Jahre* (pointing to x)

b)  $14 = 1,6x + 4$   $| -4$   
 $10 = 1,6x$   $| : 1,6$   
 $6,25 = x$

$\frac{2008}{+ 6,25}$   
 $\frac{2014,25}{}$

Antwort: Im Jahre 2014 wird die Birke 14 Meter hoch ist.

geg: 20 Jahre  
ges: Höhe (m)

c)  $y = 1,6 \cdot 20 + 4$   
 $y = 36$

Antwort: Nach 20 Jahren ist die Birke 36 Meter hoch.

- David
- Euro
- Jalen
- Deut
- Henja
- Raul
- Tristan
- Tosca
- Tim

③  $x$ : kWh  
 $y$ : €

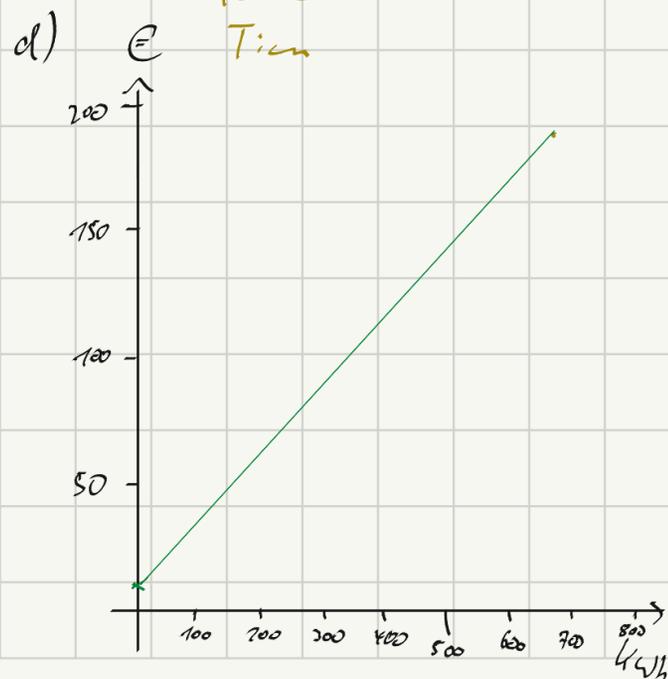
a)  $y = 0,25x + 9,5$   
*€* (pointing to y), *kWh* (pointing to x)

b)  $y = 0,25 \cdot 680 + 9,5$   
 $y = 179,5$

Antwort: Ein Verbrauch von 680 kWh erzeugt Kosten von fast 180 €.

c)  $64,50 = 0,25 \cdot x + 9,5$   $| -9,5$   
 $55 = 0,25x$   $| : 0,25$   
 $220 = x$

Antwort: Dem Rechnungsbetrag von 64,50 € ging ein Verbrauch von 220 kWh voraus.



④  $P_1(1200 | 460)$   
 $P_2(4500 | 955)$

a)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{955 - 460}{4500 - 1200} = \frac{495}{3300} = 0,15$

$y = m \cdot x + b$

$460 = 0,15 \cdot 1200 + b$

$460 = 180 + b \quad | -180$

$280 = b$

Höhe                      Weite

$y = 0,15x + 280$

$x$ : Weite  
 $y$ : Höhe

b)  $m = 0,15$

⇒ Das Flugzeug gewinnt mit jedem Meter in horizontaler Richtung 15 cm an Höhe

c)  $b = 280$

⇒ Der Flughafen liegt auf 280 Meter Seehöhe.

⑤  $y = 0,4x + 0$   
 $m \rightarrow$                        $\leftarrow$  Stunden

$b = 0$ , da beim Start der Befüllung kein Wasser im Becken ist.

a)  $2,5 = 0,4 \cdot x \quad | :0,4$

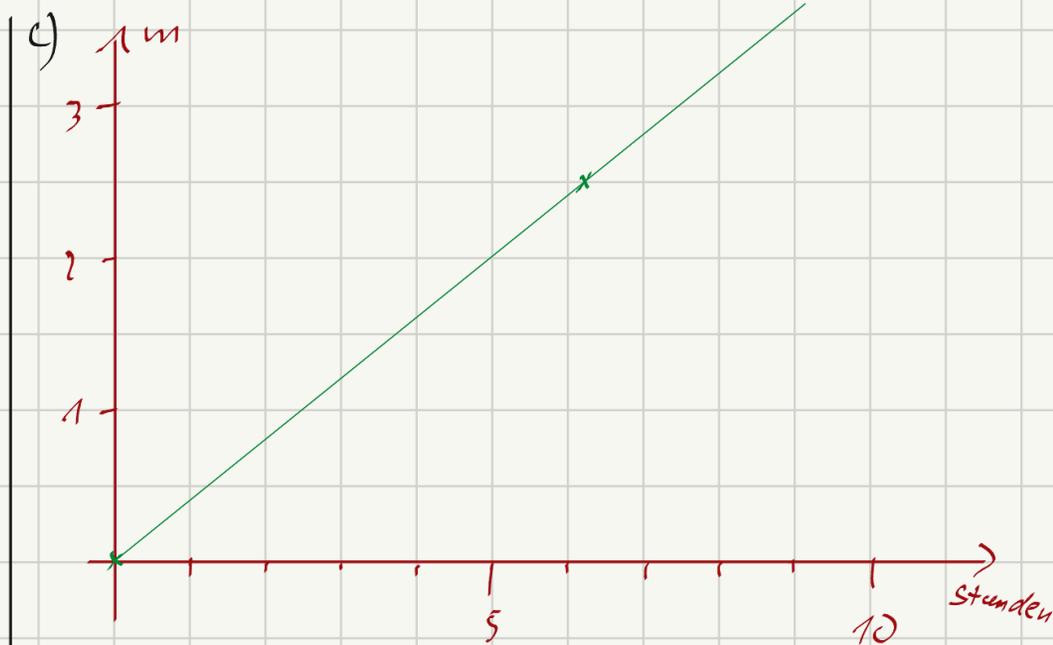
$(6,25 | 2,5)$      $6,25 = x$

Antwort: Der Befüllvorgang dauert  $6\frac{1}{4}$  Stunden.

b)  $y = 0,4 \cdot 4$

$y = 1,6$

Antwort: Nach 4 Stunden steigt das Wasser 1,6 Meter hoch.



6) a) A:  $y = 7x + 6$   
B:  $y = 4,5x + 8$

b) P(14 | 71)

A:  $71 = 7 \cdot 14 + 6$   
 $71 = 98 + 6$   
 $71 = 104$  ↯

B:  $71 = 4,5 \cdot 14 + 8$   
 $71 = 63 + 8$   
 $71 = 71$  ✓

Antwort: Werkstatt B verlangt bei 14 l  
Öl einen Preis von 71 €.

7)  $b = 25$   $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{60}{15} = \frac{4}{3} = 0,25$

$\Delta x = 60$   
 $\Delta y = 15$

$y = 0,25x + 25$

## **Lineare Funktionen: Anwendungsaufgaben**

### **1. Aufgabe**

In der Spielkiste eines Kindergartens sind noch 350 Murmeln vorhanden.

Täglich gehen 10 Murmeln verloren.

- a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf
- b) Zeichnen Sie in einem vernünftigen Maßstab.
- c) Wie lange dauert es, bis nur noch 100 Murmeln vorhanden sind?

### **2. Aufgabe**

Simon will ein Praktikum in England belegen, er schätzt seinen momentanen

Wortschatz auf 900 Wörter. Täglich will er 7 neue Vokabeln dazu lernen.

- a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
- b) Zeichnen Sie in einem vernünftigen Maßstab.
- c) In 12 Wochen fliegt er. Ermitteln Sie wie viele Wörter Simon dann kennt.

### **3. Aufgabe**

Im Krankenhaus benötigt man viel Desinfektionslösung.

Zurzeit sind noch 240 Liter

vorhanden. Pro Tag werden 15 Liter verbraucht.

- a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
- b) Bei einem Bestand von 90 Litern wird nachbestellt. Wie viele Tage hat der Zuständige noch Zeit?

### **4. Aufgabe**

Nach einem Besuch im Gibson Club rechnen Sven und Oliver

ab. Beide haben ausschließlich Geld für den Eintritt und für

Cola (wer's glaubt) ausgegeben. Sven hatte 3 Colas und

bezahlte insgesamt 22,00 €. Oliver hatte 5 Colas und

insgesamt 30,00 € ausgegeben.

- a) Berechnen Sie den Eintrittspreis und die Kosten pro Cola.
- b) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.
- c) Wie viele Colas hatte ein Besucher, der insgesamt 38,00 € ausgegeben hat?

1) Anz. Marmeln  
Tage

a)  $y = -10x + 350$

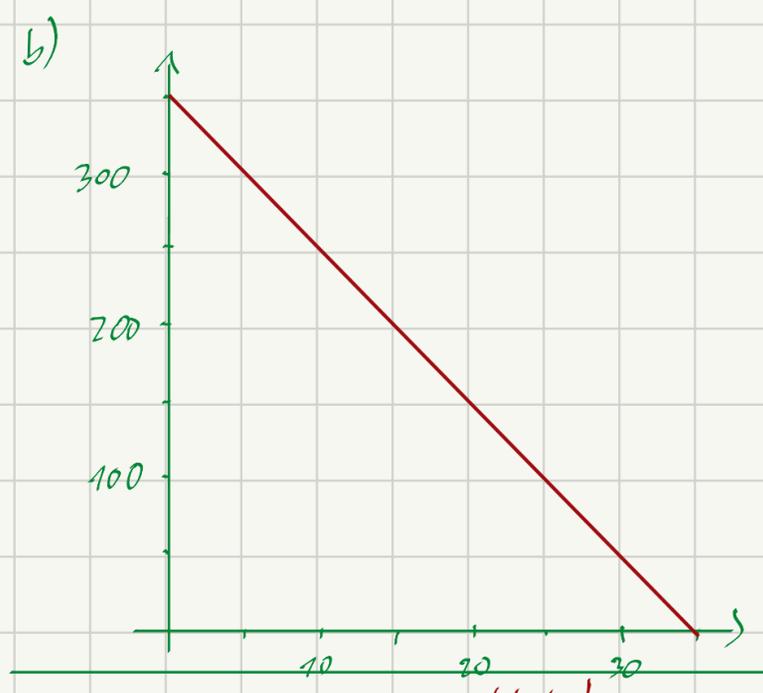
c)

$$100 = -10x + 350 \quad | -350$$

$$-250 = -10x \quad | :(-10)$$

$$\underline{25 = x}$$

Antwort: Es dauert genau 25 Tage, bis nur noch 100 Marmeln vorhanden sind.



2)  $b = 900$

täglich 7 neu  
pro Woche

$$7 \cdot 7 = 49$$

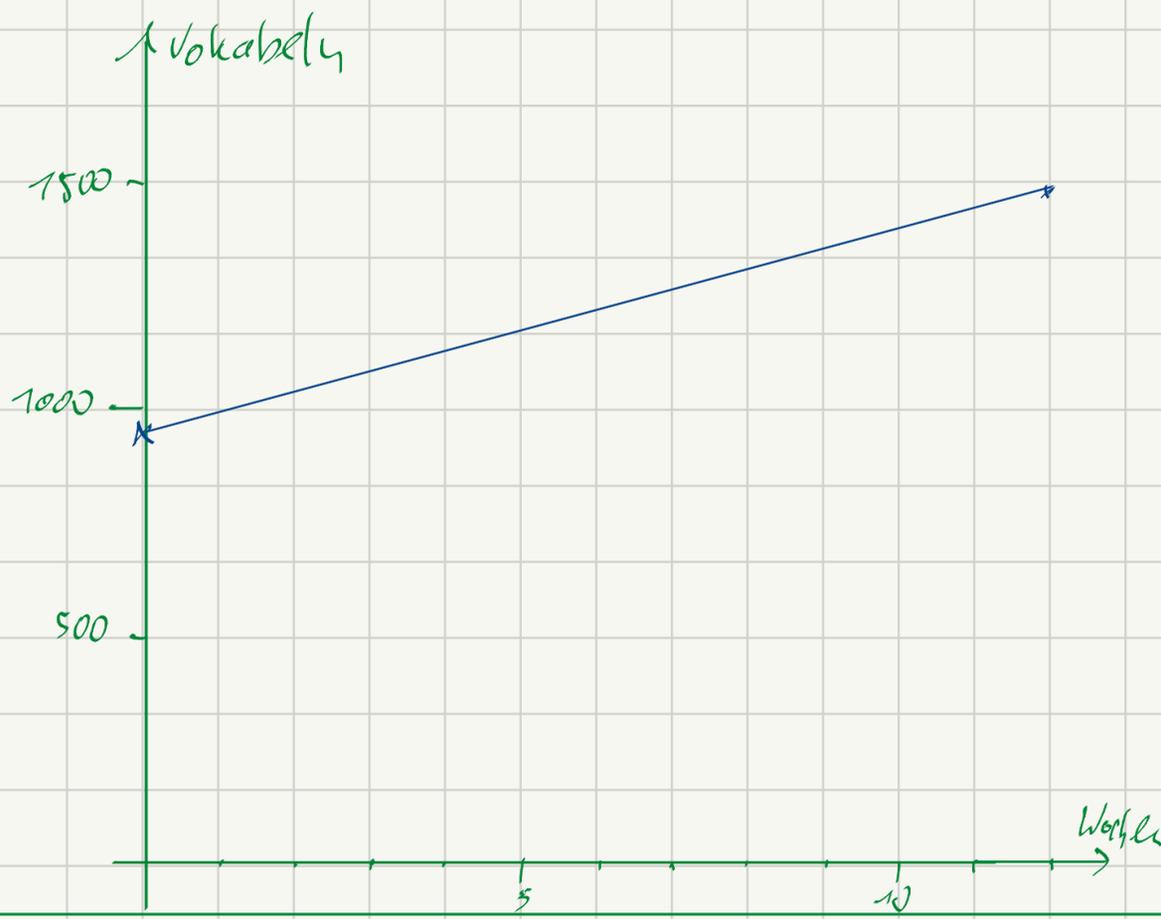
$$m = 49$$

Anz. Vokabeln  
Wochen

a)  $y = 49 \cdot x + 900$

c)  $y = 49 \cdot 12 + 900$   
 $y = 588 + 900$   
 $y = 1488$

Antwort: In 12 Wochen kann Simon fast 1500 Wörter.



3)  $b = 240$   
 $m = -15$

Liter  
Tage

a)  $y = -15x + 240$

b)  $90 = -15x + 240 \quad | -240$   
 $-150 = -15x \quad | :(-15)$   
 $\underline{10 = x}$

Antwort: In 10 Tagen muss nachbestellt werden.

4)  $x$ : Getränke  
 $y$ : €

a)  $S(3 | 22)$   
 $O(5 | 30)$

Getränkpreis  $m$ :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{30 - 22}{5 - 3}$$

$$= \frac{8}{2} = 4 \quad \Rightarrow \underline{m = 4}$$

Eintrittspreis  $b$ :

$$y = m \cdot x + b$$

$$22 = 4 \cdot 3 + b$$

$$22 = 12 + b \quad | -12$$

$$10 = b$$

Antwort: Eine Cola kostet 4€ und der Eintritt kostet 10€.

Gesamt-Kosten des Abends  
Anz. der getrunkenen Colas

b)  $y = 4x + 10$

$$38 = 4x + 10 \quad | -10$$

$$28 = 4x \quad | :4$$

$$7 = x$$

Antwort: Der Besucher muss 7 Colas getrunken haben.

### 5. Aufgabe

Der menschliche Körper baut ein Dopingmittel in einem linear verlaufenden Prozess ab. Pro Stunde werden hierbei 2,3 mg vom Körper verstoffwechselt (abgebaut).

Bei einer Messung 2 Stunden nach Einnahme werden bei einem Sportler noch 4,50 mg nachgewiesen.

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.
- b) Wie viel mg des Mittels hatte der Sportler 2 Stunden vorher eingenommen?
- c) Eine Konzentration unter 1 mg ist nicht mehr nachweisbar. Wie viel Stunden und Minuten vor dem Wettkampf müsste der Sportler das Mittel mindestens einnehmen, um bei einem Test unmittelbar vor dem Wettkampf nicht aufzufallen?

### 6. Aufgabe

Der Telefondienst „Handybillig“ (HB) bietet an: Monatliche Grundgebühr 13 €, jede Gesprächsminute kostet 0,08 €.

Anbieter „Handypreiswert“ (HP) wirbt mit 10 € Grundgebühr pro Monat,

jede Gesprächsminute soll 0,10 € kosten.

- a) Fertigen Sie zunächst eine *Skizze* an (nur grob).
- b) Bei wie viel Minuten sind die Kosten bei beiden gleich?
- c) Ihnen stehen 30 € monatlich zum Telefonieren zur Verfügung (Oma zahlt). Welchen Dienst wählen Sie und wie lange können Sie bei dem gewählten Anbieter telefonieren? Koordinatensystem.
- d) Zeichnen Sie die beiden Geraden in einem vernünftigen Maßstab in EIN Koordinatensystem.

**Aufgabensammlung Textaufgaben lineare Funktionen:**

1. Der Schnellimbiss "MC- Pommes" benötigt für die Fritteusen täglich 19 kg frisches Fett. Momentan sind noch 250 kg im Lager vorhanden.
  - a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
  - b) Bei einem Lagerbestand von 95 kg soll der Filialleiter nachbestellen. Nach wie viel Tagen muss die Bestellung erfolgen?
  - c) Wie lange reicht das Fett, wenn nicht nachbestellt wird?
2. Die Pferdeställe auf dem Ponyhof "Robinson" müssen in bestimmten Zeitabständen ausgemistet und mit frischem Stroh versorgt werden. Dabei fallen täglich  $2,5 \text{ m}^3$  Mist an. Der Misthaufen hat momentan ein Volumen von  $17 \text{ m}^3$ . Maximal können  $50 \text{ m}^3$  Mist gelagert werden.
  - a) Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die diesen Sachverhalt beschreibt und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
  - b) Nach welcher Zeit muss der Mist abgefahren werden?
  - c) Vor wie vielen Tagen wurde das letzte Mal Mist abgefahren?
3. Armin sieht sich die Tarife des Telefonanbieters "Billigsurf" an.

Tarif A:  
Grundgebühr 5 € / Monat die ersten 10 Stunden frei, dann 0,5 Ct. / min.

Tarif B:  
Grundgebühr 10 € / Monat die ersten 20 Stunden frei, dann 0,4 Ct. / min.

Tarif C: Flatrate 25 € / Monat.

Durchschnittlich surft Armin zweieinhalb Stunden täglich.

  - a) Stellen Sie für jeden Tarif die Funktionsgleichung auf.
  - b) Zeichnen Sie die Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
  - c) Erklären Sie, was alles aus den Graphen ablesbar ist (Interpretation).
  - d) Berechnen Sie den günstigsten Tarif für Armin.
  - e) In welchem Punkt herrscht Kostengleichheit für Tarif A und B?
  - f) Ab welcher Surfzeit sollte Armin die Flatrate wählen?
4. Eine Brauerei rechnet für die Auslieferung seiner Getränkekisten mit dem eigenen Verkaufsfahrzeug 0,80 € pro Kiste bei monatlichen Fixkosten von 840 €.
  - a) Erstellen Sie einen Term für die Kosten der Auslieferung von  $x$  Kisten. Welche Kosten entstehen für die Auslieferung von 2500 Kisten?
  - b) Ein Logistikunternehmen bietet die Auslieferung von Getränkekisten für 1,15 € pro Kiste an. Erstellen Sie einen Term für die Kosten der Auslieferung von  $x$  Kisten. Für welche Auslieferungszahlen ist das Logistikunternehmen kostengünstiger?
  - c) Unterbreiten Sie der Brauerei ein Angebot, sodass die Kosteneinsparung bei einem Absatz von 4000 Kisten 680 € beträgt.

5

$m = -2,3$

$P(2|4,5)$

a)  $y = m \cdot x + b$

$4,5 = -2,3 \cdot 2 + b$

$4,5 = -4,6 + b \quad | +4,6$

$9,1 = b$

$y = -2,3x + 9,1$

mg

Stunden

b)  $P(2|?)$

$y = -2,3 \cdot 2 + 9,1$

$y = 4,5$

Antwort: Zwei Stunden nach Verabreichung sind noch 4,5 mg im Blut nachweisbar.

c)  $P(?|1)$

$1 = -2,3 \cdot x + 9,1$

$-8,1 = -2,3 \cdot x$

$3,522 = x$

Antwort: Nach etwas mehr als 3 Stunden und 30 Minuten ist das Dopingmittel nicht mehr nachweisbar.

### Übungsblatt „Nach den Osterferien“

1) a)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$

$y = m \cdot x + b$

$2 = 2 \cdot 2 + b$

$2 = 4 + b \quad | -4$

$-2 = b$

$y = 2x - 2$

2) mündlich gemacht

3)

I) Aufstellen der Funktion:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 1}{1 - 0} = \frac{-2}{1} = -2$

$y = m \cdot x + b$

$1 = -2 \cdot 0 + b$

$1 = 0 + b$

$1 = b$

$y = -2x + 1$

b)  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 5}{2 - (-2)} = \frac{-6}{4} = -1,5$

$y = m \cdot x + b$

$-1 = -1,5 \cdot 2 + b$

$-1 = -3 + b \quad | +3$

$2 = b$

$y = -1,5x + 2$

II) Punktproben:

Q:  $-7 = -2 \cdot 4 + 1$

$-7 = -8 + 1$

$-7 = -7$

=> Q liegt auf der Geraden

R:  $-\frac{1}{2} = -2 \cdot \frac{3}{4} + 1$

$-\frac{1}{2} = -\frac{6}{4} + 1$

$-\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + 1$

$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

=> R liegt auf der Geraden

S:  $6 = -2 \cdot (-3) + 1$

$6 = 6 + 1$

$6 = 7$

=> S liegt nicht auf der Geraden

# LINEARE FUNKTIONEN:

 [www.fit-in-mathe-online.de](http://www.fit-in-mathe-online.de)  
(bei „suchen“ den Begriff „lineare Funktionen“ eintippen)

 <https://matheportal.com>

[www.mathaddict.de](http://www.mathaddict.de)

## 2. lineare Funktionen

2.1 Besonderheiten linearer Funktionen D ✓

2.2 lineare Funktionen ablesen und zeichnen D  ablesen G2-8 zeichnen G1-2

2.3 Punkte mit Hilfe einer Funktion vervollständigen und Punktprobe durchführen D P  Punktprobe G1-2 Punktverbl. Journal S.36 (pdf: 4)

2.4 Achsenschnittpunktberechnung bei Geraden linearer Funktionen D P  "Schnittpunkte von Geraden" ①

2.5 lineare Funktionen rechnerisch ermitteln aus... P

2.5.1 ... zwei gegebenen Punkten D  "Lineare Funktionen I" ②

→ 2.5.2 ... einem gegebenem Punkt und gegebener Steigung D  "Lineare Funktionen I" ①

2.5.3 ... einem gegebenem Punkt und gegebenem „b“ D  Journal S.51 (pdf: 19)

2.6 parallele und ~~senkrechte~~ Geraden linearer Funktionen ~~D P~~  "Lineare Funktionen I" 3b  "Lineare Funktionen I" ②

2.7 Schnittpunktberechnung zwischen zwei Geraden linearer Funktionen D P  "Schnittpunkte von Geraden" ②

## 2.8 Textaufgaben

### 2.2 zeichnen & ablesen:

Zeichnen:

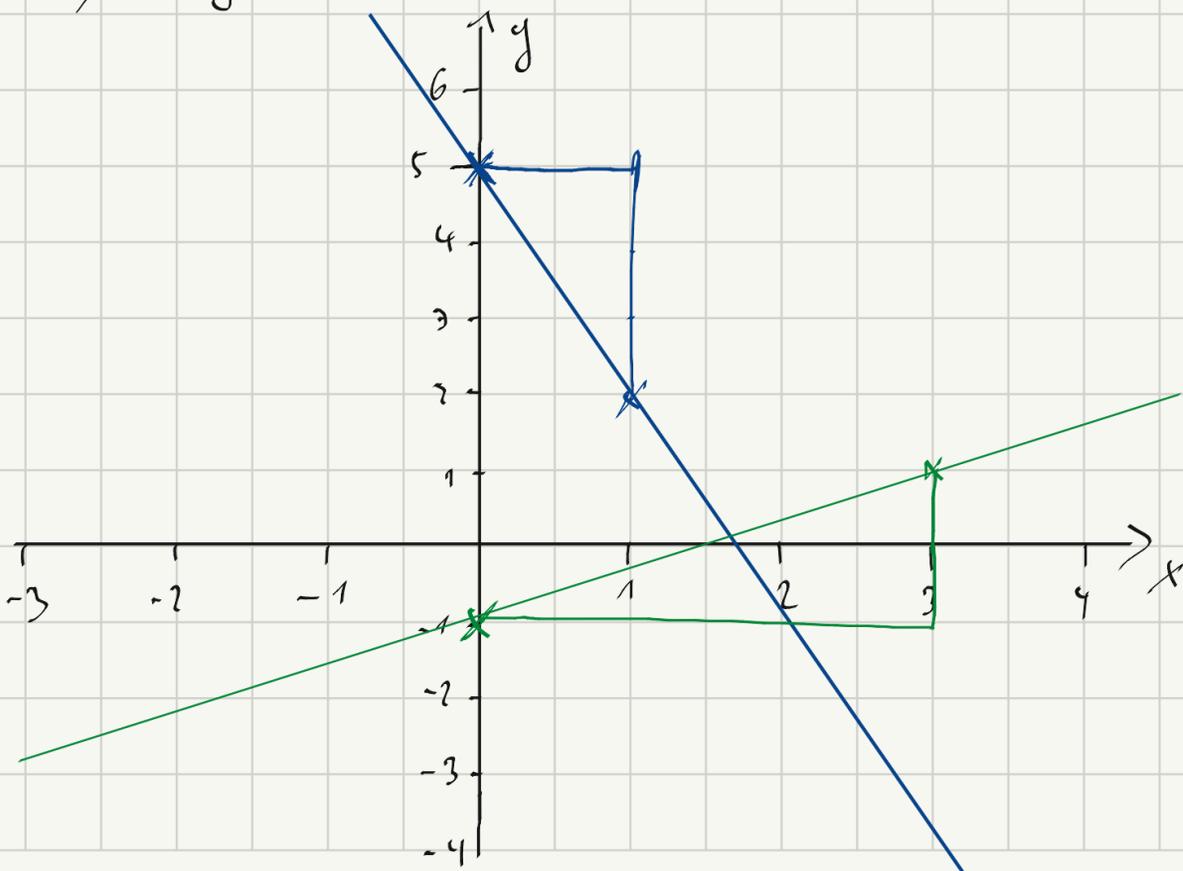
$$y = m \cdot x + b$$

Steigung

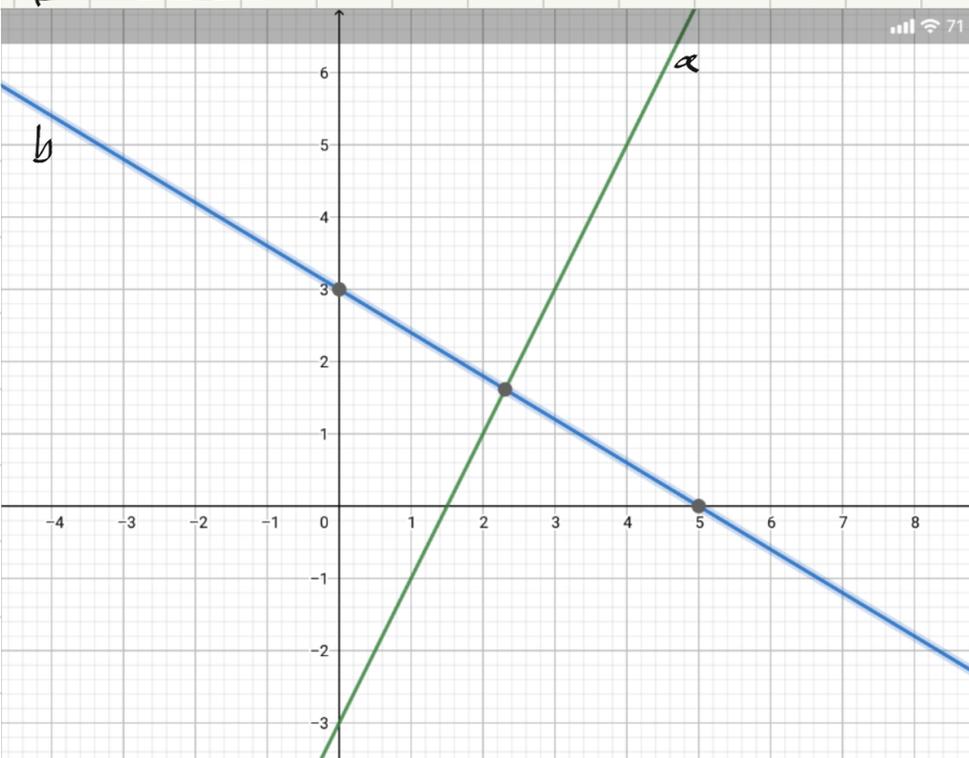
y-Achsen-Schnittp.

a)  $y = -3x + 5$

b)  $y = \frac{2}{3}x - 1$



ablesen:



a)  $y = 2 \cdot x - 3$

b)  $y = -\frac{3}{5} \cdot x + 3$

## 2.3 Punktprobe und Punktvervollständigung:

### PUNKTPROBE:

Überprüfen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, ob die Punkte P(2/-6) und Q(-3/-9) auf der Geraden der Funktion  $y=2x-3$  liegen.

$$y = 2x - 3$$

$$P(2 | -6)$$
$$Q(-3 | -9)$$

$$P: -6 = 2 \cdot 2 - 3$$

$$-6 = 4 - 3$$

$$-6 = 1 \quad \downarrow$$

$\Rightarrow$  P liegt nicht auf der Geraden.

$$Q: -9 = 2 \cdot (-3) - 3$$

$$-9 = -6 - 3$$

$$-9 = -9 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$  Q liegt auf der Geraden

### Punktvervollständigung:

Vervollständigen Sie die beiden Punkte T(-2/y) und K(x/8) mit Hilfe einer geeigneten Rechnung so, dass sie auf der Geraden der Funktion  $y=1/2x+5$  liegen.

$$y = \frac{1}{2}x + 5$$

$$T(-2 | y)$$

$$K(x | 8)$$

$$T: y = \frac{1}{2} \cdot (-2) + 5$$

$$y = -1 + 5$$

$$y = 4$$

$$T(-2 | 4)$$

$$K: 8 = \frac{1}{2} \cdot x + 5 \quad | -5$$

$$3 = \frac{1}{2} \cdot x \quad | : \frac{1}{2}$$

$$6 = x$$

$$K(6 | 8)$$

# Aufgaben für die Themen 2.2, 2.3 und 2.4:

a) Zeichnen Sie die folgenden 3 Funktionen in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem:

- I  $y = 2x - 5$
- II  $y = -\frac{3}{5}x + 2$
- III  $y = x - 1$

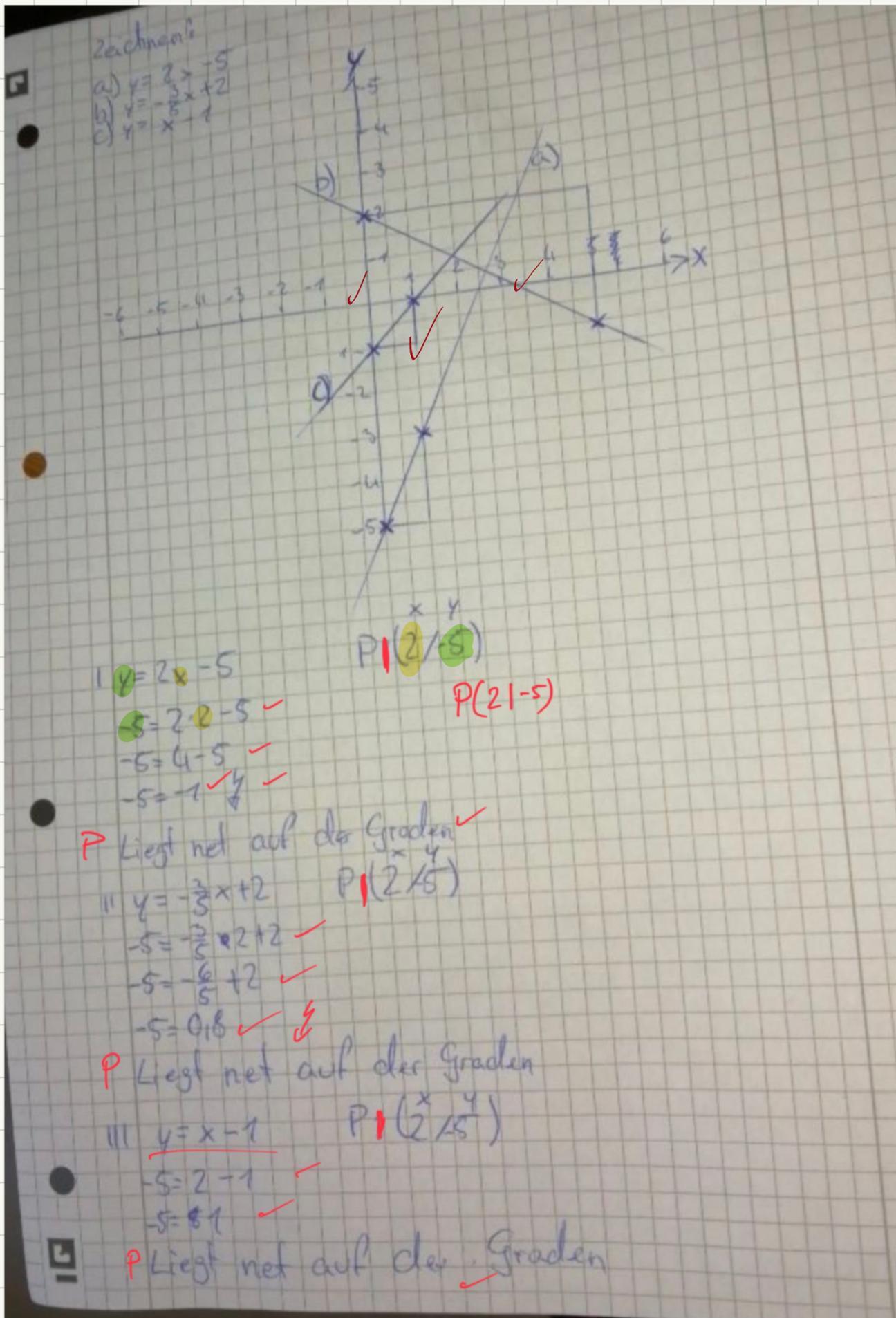
b) Überprüfen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung, ob der Punkt  $P(2|-5)$  auf einer der Funktionen aus a) liegt.

c) Vervollständigen Sie mit Hilfe einer geeigneten Rechnung die beiden Punkte  $A(4|y)$  und  $B(x|-3)$  so, dass sie auf der Funktion I (siehe Aufgabenteil a) liegen.

d) Berechnen Sie den Schnittpunkt mit der x-Achse von II (siehe Aufgabenteil a)

e) Berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y-Achse von II (siehe Aufgabenteil a)

a)



b)

$$c) \underline{y = 2x - 5}$$

$$A(4|y)$$

$$y = 2 \cdot 4 - 5$$

$$y = 8 - 5$$

$$\underline{y = 3}$$

$$\underline{\underline{A(4|3)}}$$

$$B(x|-3)$$

$$-3 = 2 \cdot x - 5 \quad | +5$$

$$2 = 2 \cdot x \quad | :2$$

$$\underline{1 = x}$$

$$\underline{\underline{B(1|-3)}}$$

d) Schnittpunkt mit x-Achse:  $y=0$

$$\text{II: } y = -\frac{3}{5}x + 2$$

$$0 = -\frac{3}{5}x + 2 \quad | -2$$

$$-2 = -\frac{3}{5} \cdot x \quad | :(-\frac{3}{5})$$

$$\underline{\underline{\frac{10}{3} = x}}$$

$$S_x(\frac{10}{3} | 0)$$

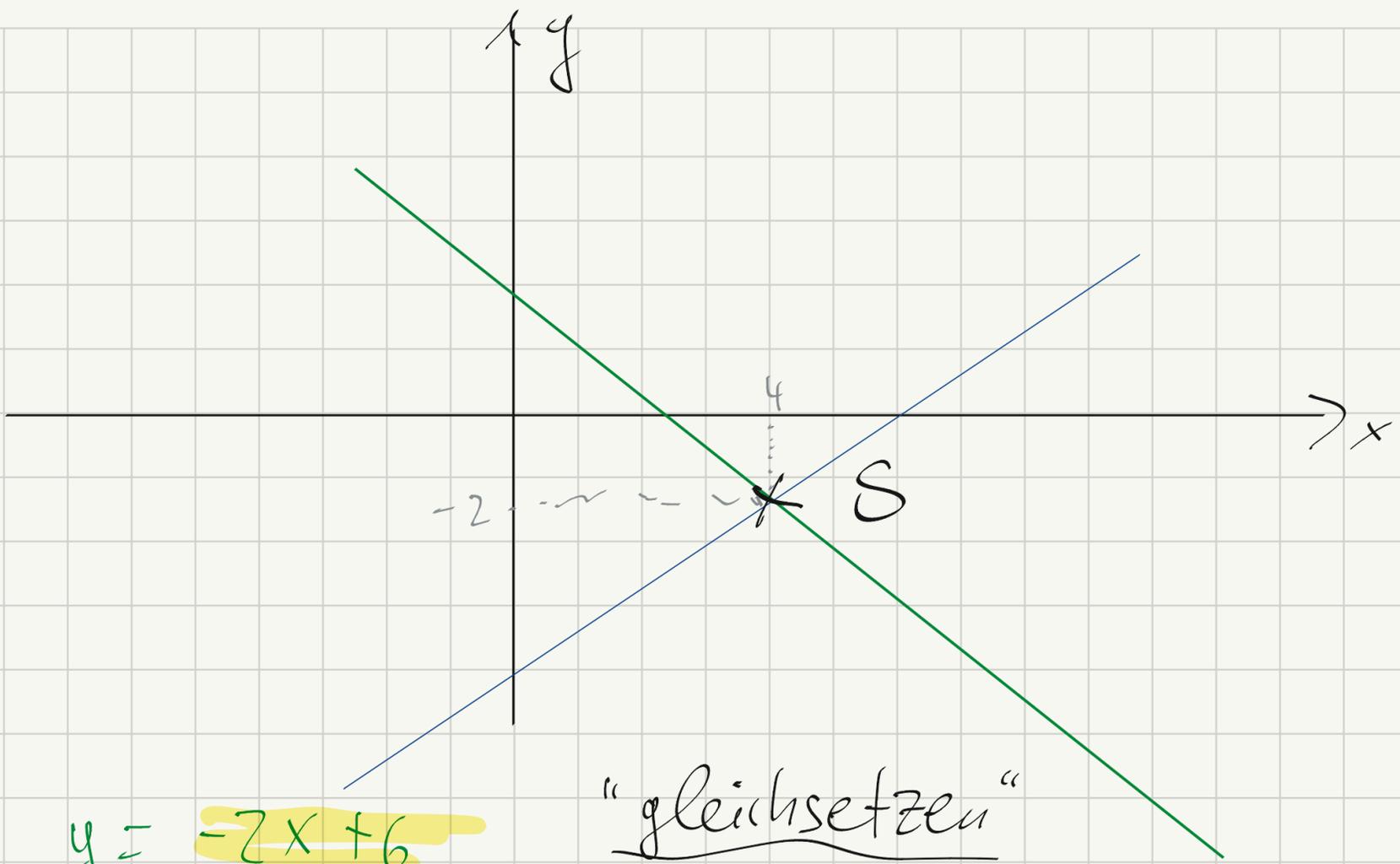
Schnittpunkt mit y-Achse:  $x=0$

$$y = -\frac{3}{5} \cdot 0 + 2$$

$$y = 0 + 2$$

$$y = 2$$

$$\underline{\underline{S_y(0 | 2)}}$$



$$y = -2x + 6$$

$$y = 0,5x - 4$$

"gleichsetzen"

$$-2x + 6 = 0,5 \cdot x - 4 \quad | +2x$$

$$6 = 2,5 \cdot x - 4 \quad | +4$$

$$10 = 2,5 \cdot x \quad | :2,5$$

$$\underline{\underline{4 = x}}$$

mit  $y = -2x + 6$  und  $4 = x$

$$y = -2 \cdot 4 + 6$$

$$y = -8 + 6$$

$$y = -2$$

$$\underline{\underline{S(4 | -2)}}$$

$$y = -3x + 9$$

$$y = 2x - 1$$

$$-3x + 9 = 2x - 1 \quad | +1$$

$$-3x + 10 = 2x \quad | +3x$$

$$10 = 5x \quad | :5$$

$$2 = x$$

weiter mit:  $y = 2x - 1 \quad | \quad x = 2$

$$y = 2 \cdot 2 - 1$$

$$y = 4 - 1$$

$$y = 3$$

$$\underline{\underline{S(2|3)}}$$

$$4.1 \quad y = -\frac{2}{3}x + 4 \quad \text{mit} \quad y = \frac{2}{3}x - 2$$

$$4.2 \quad y = 7 - 4x \quad \text{mit} \quad y = \frac{4}{5}x - \frac{37}{5}$$

$$4.3 \quad y = 5 - 3x \quad \text{mit} \quad y = -3x - 4$$

$$a) \quad -\frac{2}{3}x + 4 = \frac{2}{3}x - 2 \quad | +2$$

$$-\frac{2}{3}x + 6 = \frac{2}{3}x \quad | +\frac{2}{3}x$$

$$6 = \frac{4}{3}x \quad | : \frac{4}{3}$$

$$4,5 = x$$

$$y = \frac{2}{3} \cdot 4,5 - 2$$

$$y = 3 - 2$$

$$y = 1$$

$$\underline{\underline{S(4,5|1)}}$$

$$b) \quad 7 - 4x = \frac{4}{5}x - \frac{37}{5} \quad | +\frac{37}{5}$$

$$14,4 - 4x = \frac{4}{5}x \quad | +4x$$

$$14,4 = 4,8x \quad | :4,8$$

$$3 = x$$

$$y = 7 - 4 \cdot 3$$

$$y = 7 - 12$$

$$y = -5$$

$$\underline{\underline{S(3|-5)}}$$

$$c) \quad 5 - 3x = -3x - 4 \quad | +4$$

$$9 - 3x = -3x \quad | +3x$$

$$9 = 0 \quad \downarrow$$

⇒ Die beiden Geraden schneiden sich nicht.

Grund: Sie sind parallel

$$m_1 = m_2 = -3$$

Berechnet die Schnittpunkte folgender Funktionen:

- a)  $y = 2x - 1$  und  $y = -x + 2$   
b)  $y = 5x + 3$  und  $y = -2x - 4$   
c)  $y = 3x + 2$  und  $y = x$   
d)  $y = 6x + 20$  und  $y = 4x + 10$   
e)  $y = 7x - 7$  und  $y = 14x + 7$   
f)  $y = 5x - 2$  und  $y = -3x + 6$   
g)  $y = 5x + 2$  und  $y = x + 2$   
h)  $y = 20x + 10$  und  $y = 20x + 11$   
i)  $y = -x + 5$  und  $y = x - 5$   
j)  $y = 2x$  und  $y = -x + 6$   
k)  $y = -4x + 3$  und  $y = 2,5x - 10$   
l)  $y = 4x - 1$  und  $y = 0,5x + 2,5$   
m)  $y = -0,5x + 1,5$  und  $y = 0,7x - 2,1$   
n)  $y = 2,2x + 1$  und  $y = 4,3x + 4,15$   
o)  $y = 3x + 1$  und  $y = 3x + 1$

Lösungen vorher umfalten

- $x = 1 \quad S(1|1)$   
 $x = -1 \quad S(-1|-2)$   
 $x = -1 \quad S(-1|-1)$   
 $x = -5 \quad S(-5|-10)$   
 $x = -2 \quad S(-2|-21)$   
 $x = 1 \quad S(1|3)$   
 $x = 0 \quad S(0|2)$   
Kein Schnittpunkt, da parallel  
 $x = 5 \quad S(5|0)$   
 $x = 2 \quad S(2|4)$   
 $x = 2 \quad S(2|-5)$   
 $x = 1 \quad S(1|3)$   
 $x = 3 \quad S(3|0)$   
 $x = -1,5 \quad S(-1,5|-2,3)$   
Geraden sind identisch

## Letzte zusammenfassende Übungsaufgaben zum Thema lineare Funktionen:

### Aufgabe 1:

Die Gerade  $g_1$  verläuft durch die Punkte A (-0,5|-4,5) und B (3|2,5).

- Bestimme rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ .
- Die Gerade  $g_2$  mit der Funktionsgleichung  $y = x + 3$  schneidet die Gerade  $g_1$  im Punkt SP. Berechne die Koordinaten von SP. (Kontrollergebnis für  $g_1$ :  $y = 2x - 3,5$ )
- Berechne die Koordinaten des Schnittpunkts N der Geraden  $g_1$  mit der x-Achse.
- Überprüfe rechnerisch, ob der Punkt D (25|46,5) auf der Geraden von  $g_1$  liegt.
- Zeichne die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.

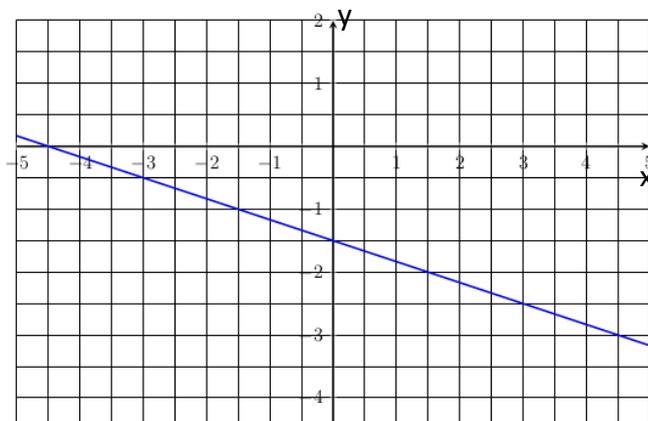
### Aufgabe 2:

Gegeben ist die Gerade  $g_1$  mit der Funktionsgleichung  $y = -0,4x - 2$ .

- Berechne die Koordinaten der beiden Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen von  $g_1$ .
- Die Gerade  $g_2$  verläuft durch den Koordinatenursprung U(0|0) und den Punkt A (4|1,5). Berechne die Funktionsgleichung von  $g_2$ .
- Ermittle rechnerisch die fehlende Koordinate der Punkte B (-3|?) und C (?!-1,2). Beide Punkte liegen auf  $g_2$ .
- Zeichne die Geraden  $g_1$  und  $g_2$  in ein hierfür geeignetes Koordinatensystem.
- Eine weitere Gerade  $g_3$ :  $y = -1,2x + 2$  schneidet die Gerade  $g_1$  im Punkt SP. Berechne die Koordinaten dieses Schnittpunktes.
- Überprüfe durch Rechnung, ob der Punkt Q (3|-1,5) auf  $g_3$  liegt.
- Zeichne auch die Gerade  $g_3$  in das Koordinatensystem.

### Aufgabe 3:

Gegeben ist der Graph der linearen Funktion  $g_1$ . Bestimme die Funktionsgleichung der Geraden  $g_1$ .



#### Videos zu den Aufgaben

##### Aufgabe 1:

- Video 2.5
- Video 2.7
- Video 2.4
- Video 2.3
- Video 2.2

##### Aufgabe 2:

- Video 2.4
- Video 2.5
- Video 2.3
- Video 2.2
- Video 2.7
- Video 2.3
- Video 2.2

##### Aufgabe 3:

- Video 2.2

# Lösungen "letzte Übungsaufgaben lineare Funktionen"

① a) A(-0,5 | -4,5)  
B(3 | 2,5)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2,5 - (-4,5)}{3 - (-0,5)} = \frac{7}{3,5} = 2$$

$$\boxed{y = m \cdot x + b}$$

$$\begin{aligned} 2,5 &= 2 \cdot 3 + b \\ 2,5 &= 6 + b \quad | -6 \\ -3,5 &= b \end{aligned}$$

$$\underline{y = 2x - 3,5}$$

b) **Schnittpunkt zweier Geraden = "gleichsetzen"**

$$x + 3 = 2x - 3,5 \quad | +3,5$$

$$x + 6,5 = 2x \quad | -x$$

$$6,5 = x$$

$$\boxed{y = x + 3} \quad \boxed{x = 6,5}$$

$$y = 6,5 + 3$$

$$y = 9,5$$

$$\underline{\underline{SP(6,5 | 9,5)}}$$

c) **Schnittpunkt mit x-Achse:  $y=0$**

$$g_1: y = 2x - 3,5$$

$$0 = 2x - 3,5 \quad | +3,5$$

$$3,5 = 2x \quad | :2$$

$$1,75 = x$$

$$\underline{\underline{N(1,75 | 0)}}$$

d)

$$g_1: y = 2x - 3,5 \quad \text{D}(25 | 46,5)$$

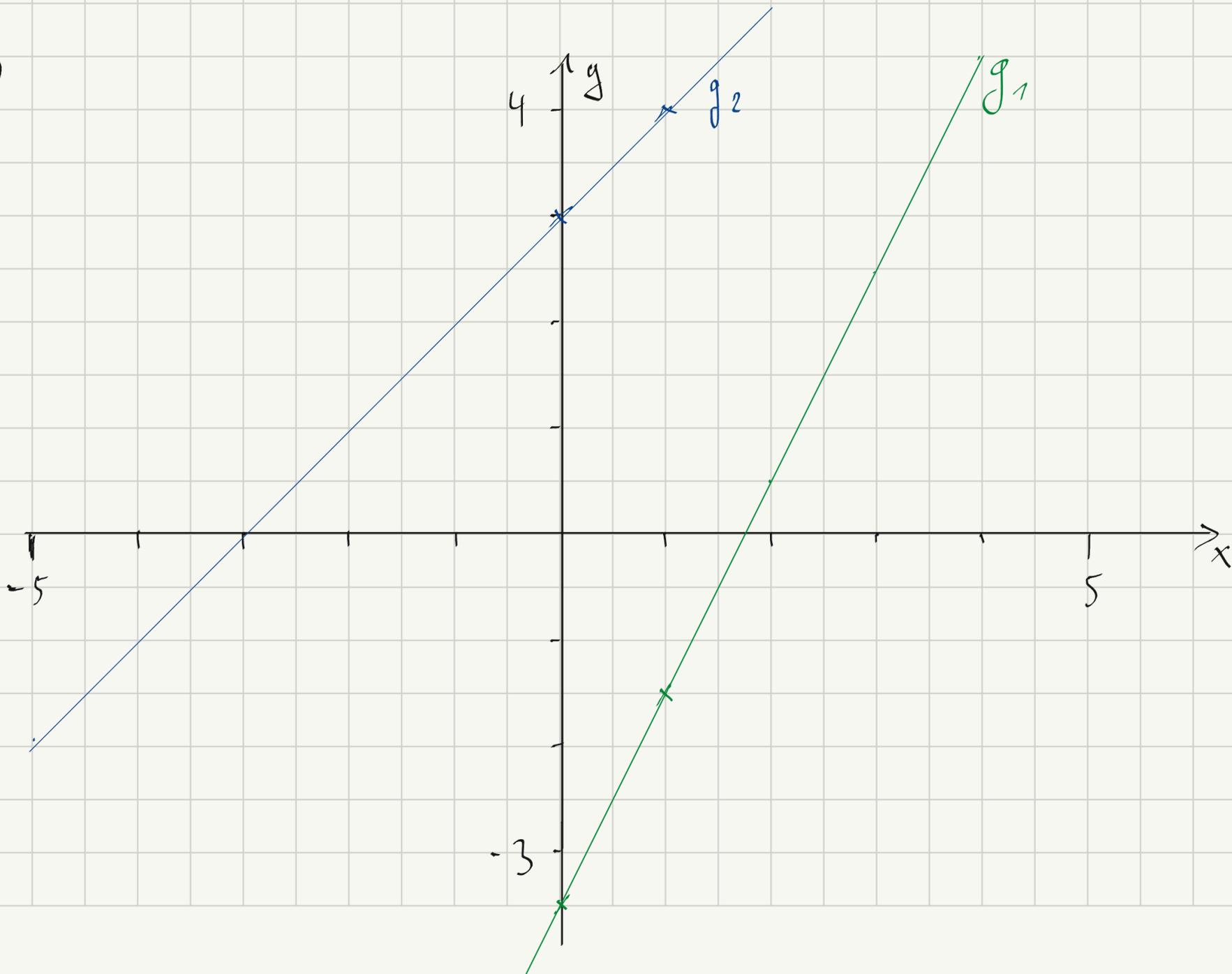
$$46,5 = 2 \cdot 25 - 3,5$$

$$46,5 = 50 - 3,5$$

$$46,5 = 46,5 \quad \checkmark$$

$\Rightarrow$  D liegt auf der Geraden  $g_1$ !

e)



2

a) Schnittpunkt mit x-Achse:  $y=0$ 

$$\begin{aligned} 0 &= -0,4x - 2 \quad | +2 \\ 2 &= -0,4x \quad | :(-0,4) \\ -5 &= x \end{aligned}$$

$$\underline{N(-5|0)}$$

Schnittpunkt mit y-Achse:  $x=0$ 

$$\begin{aligned} y &= -0,4 \cdot 0 - 2 \\ y &= 0 - 2 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

$$\underline{S_y(0|-2)}$$

$$b) m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1,5 - 0}{4 - 0} = 0,375$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$0 = 0,375 \cdot 0 + b$$

$$0 = b$$

$$\underline{g_2: y = 0,375x + 0}$$

c)  $B(-3|y)$ 

$$\begin{aligned} y &= 0,375 \cdot (-3) + 0 \\ y &= -1,125 \end{aligned}$$

$$\underline{B(-3|-1,125)}$$

C(x|-1,2)

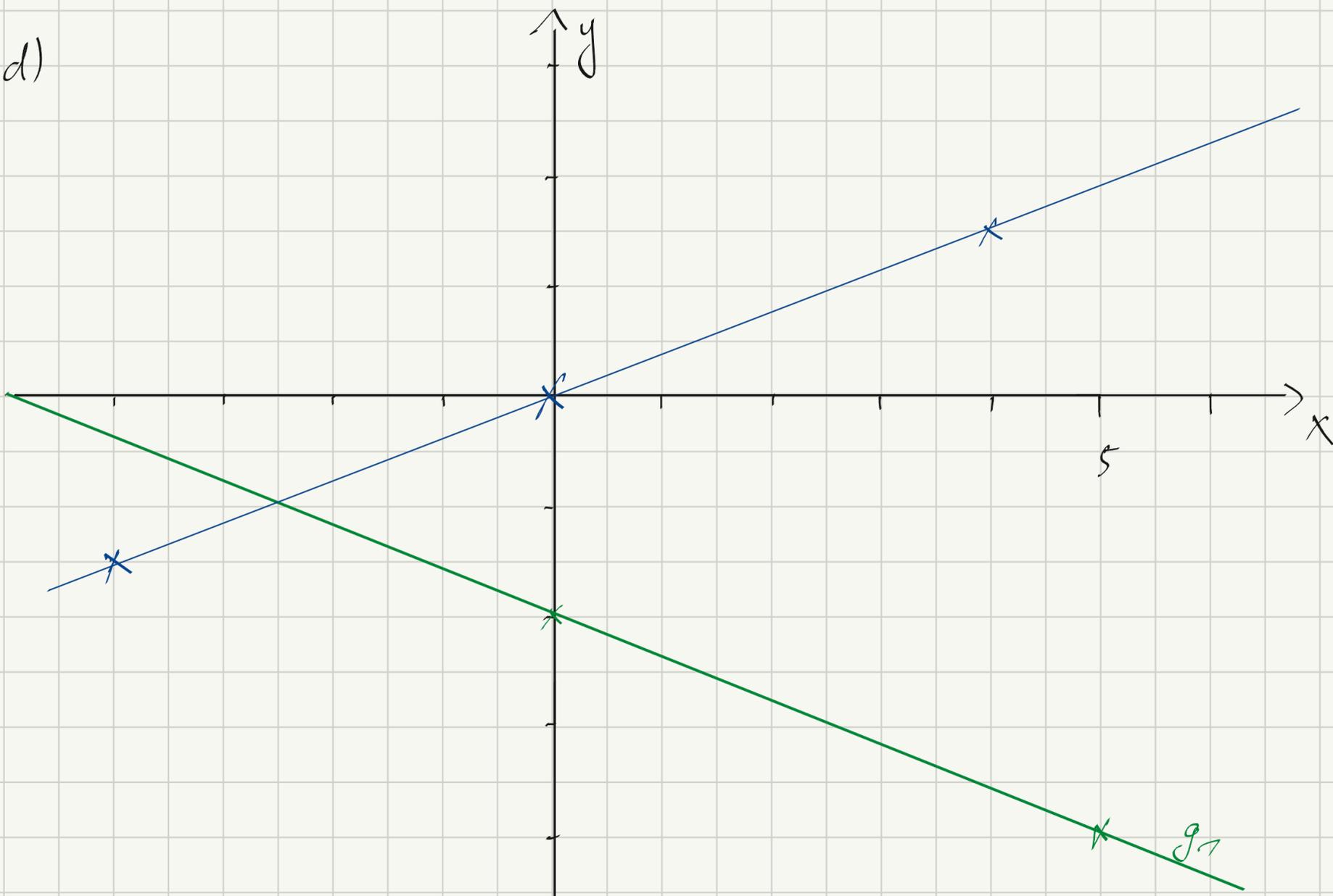
$$-1,2 = 0,375 \cdot x + 0$$

$$-1,2 = 0,375 \cdot x \quad | : 0,375$$

$$-3,2 = x$$

$$\underline{C(-3,2|-1,2)}$$

d)



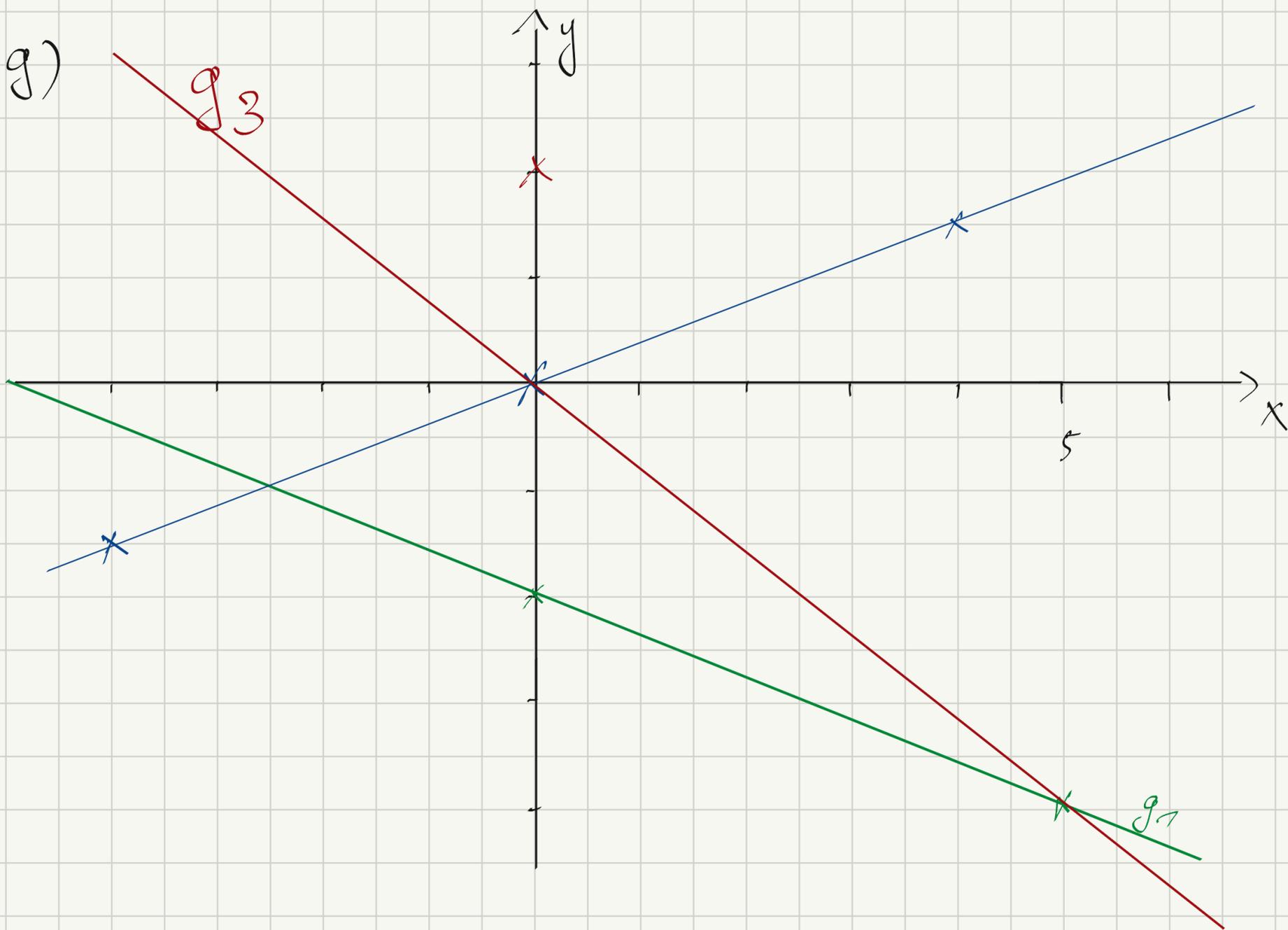
$$\begin{aligned}
 e) \quad & -1,2x + 2 = -0,4x - 2 \quad | +0,4x \\
 & -0,8x + 2 = -2 \quad | -2 \\
 & -0,8x = -4 \quad | : (-0,8) \\
 & x = 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= -1,2 \cdot 5 + 2 \\
 y &= -6 + 2 \\
 y &= -4
 \end{aligned}$$

SP(5|-4)

$$\begin{aligned}
 f) \quad & y = -1,2x + 2 \\
 -1,5 &= -1,2 \cdot 3 + 2 \\
 -1,5 &= -3,6 + 2 \\
 -1,5 &= -1,6 \quad \neq
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow Q$  liegt nicht auf der Geraden von  $g_3$ !



③  $y = -\frac{1}{3}x - 1,5$