

Die 6 Umformungswege:

Weg 1: Scheitelpunktform $\rightarrow$ allgemeine Form

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 - 4 \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x^2 + 4x + 4) - 4 \\ f(x) &= \frac{1}{4}x^2 + x + 1 - 4 \\ \underline{f(x) &= \frac{1}{4}x^2 + x - 3} \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = ax^2 + bx + c$

Weg 2: allgemeine Form $\rightarrow$ Scheitelpunktform

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(\frac{1}{4}x^2 + x - 3\right) \xrightarrow{\text{quadratisches Erg}} \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot [x^2 + 4x - 12] \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot [x^2 + 4x + (2^2) - (2^2) - 12] \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot [(x+2)^2 - 4 - 12] \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot [(x+2)^2 - 16] \\ \underline{f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 - 4} \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = a \cdot (x-u)^2 + v$

$$\begin{aligned} \text{I)} & \quad a^2 + 2ab + b^2 \\ \text{II)} & \quad a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Weg 3: Linearfaktordarstellung $\rightarrow$ allgemeine Form

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x-2) \cdot (x+6) \quad \left| \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{matrix} \right| \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x^2 + 6x - 2x - 12) \\ f(x) &= \frac{1}{4} \cdot (x^2 + 4x - 12) \\ \underline{f(x) &= \frac{1}{4}x^2 + x - 3} \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = ax^2 + bx + c$

Weg 4: allgemeine Form $\rightarrow$ Linearfaktordarstellung

$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 3$ $p-q$ -Formel

$$\begin{aligned} 0 &= \left(\frac{1}{4}\right)x^2 + x - 3 \quad | : \frac{1}{4} \quad | -4 \\ 0 &= x^2 + 4x - 12 \quad \leftarrow \text{Normal form} \\ x_{1/2} &= -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - (-12)} \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{2^2 + 12} \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{4 + 12} \\ x_{1/2} &= -2 \pm \sqrt{16} \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = a \cdot (x-n_1) \cdot (x-n_2)$

$$\begin{aligned} x_{1/2} &= -2 \pm 4 \\ x_1 &= 2 \\ x_2 &= -6 \end{aligned}$$

$$\underline{f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-2) \cdot (x+6)}$$

Weg 5: Scheitelpunktform $\rightarrow$ Linearfaktordarstellung

$f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 - 4$

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 - 4 \quad | +4 \\ 4 &= \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 \quad | : \frac{1}{4} \\ 16 &= (x+2)^2 \quad | \sqrt{} \\ \pm 4 &= x_{1/2} + 2 \quad | -2 \\ -2 \pm 4 &= x_{1/2} \\ x_1 &= 2 \\ x_2 &= -6 \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = a \cdot (x-n_1) \cdot (x-n_2)$

$$\underline{f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-2) \cdot (x+6)}$$

Weg 6: Linearfaktordarstellung $\rightarrow$ Scheitelpunktform

$f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-2) \cdot (x+6)$ $\begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{matrix}$

$$x_{sp} = \frac{n_1 + n_2}{2} = \frac{2 + (-6)}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$\begin{aligned} f(-2) &= \frac{1}{4} \cdot (-2-2) \cdot (-2+6) \\ f(-2) &= \frac{1}{4} \cdot (-4) \cdot 4 \\ f(-2) &= -4 \end{aligned}$$

Zielzustand:
 $f(x) = a \cdot (x-u)^2 + v$

SP(-2/-4)

$$\underline{f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x+2)^2 - 4}$$